

Sectores e Rotas na Recolha de Resíduos Sólidos Urbanos

Ana Maria Moreira Rodrigues



Tese para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Industrial e
Gestão pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Orientação do Professor Doutor José António Soeiro Ferreira

Março 2014

*Dedico a Maria Braga, minha avó, aquela que foi uma mãe e uma
mulher tão grande e a todos os que nunca deixaram de remar, tantas
vezes, contra a maré...*

Agradecimentos

Pelo apoio incondicional agradeço a algumas pessoas que me são muito queridas.

À família, à Mariana e ao José, ao João, à minha mãe e à Sónia gostaria de agradecer de uma forma muito especial.

No ISCAP, não posso deixar de agradecer a duas grandes colegas de trabalho muito (mesmo muito) especiais que, de forma extraordinária, sempre me apoiaram são elas Cristina Teles de Oliveira e Helena Castanheira Henriques, a elas o meu muito obrigada. Agradeço também à minha colega de gabinete, Isabel Vieira e ao Manuel Silva, colega do ISCAP e do PAOL - Unidade de Inovação em Educação, que sempre me deram palavras de incentivo.

Ao INESC TEC, mais exactamente à UESP, onde sempre me senti em casa. Agradeço o apoio de todos.

Aos investigadores do projecto *SEROW - Sectoring and Routing Optimisation for Waste Management* - agradeço pelos proveitosos debates de ideias e por tão bom acolhimento.

As minhas palavras de agradecimento vão também para o administrador geral da Rumoflex, dr. José Manuel Outeiro, que não hesitou em abrir as portas da empresa. Na Rumoflex, ao Eng. Paulo Pereira e, em especial, ao Eng. Tiago Pacheco agradeço, e muito, a forma tão atenciosa e prestável com que sempre me receberam e responderam às minhas questões. Sem eles este trabalho não seria possível. A todos “Obrigada!”.

Por último, as minhas palavras de agradecimento vão para o meu orientador, professor Doutor José Soeiro Ferreira, que teve um papel fundamental no trabalho que apresento. Mil vezes obrigada pela paciência, pela compreensão, pelas ideias, pelas críticas, pelo incentivo, por tudo o que me ensinou. Mil vezes obrigada por me fazer ver, ao longo dos últimos anos, que são muitas as batalhas, às vezes ganhamos, outras não. O importante é, no final, vencer a guerra!

Resumo

A tese de doutoramento considera o tema da recolha de Resíduos Sólidos Urbanos (RSU), tendo presente uma aplicação real em Portugal. É bem conhecida a relevância do tema, nomeadamente por motivos ambientais, sociais e económicos. As empresas e organizações envolvidas enfrentam diariamente sérias dificuldades e limitações para uma boa gestão dos RSU. O trabalho aqui apresentado visa contribuir cientificamente para a resolução de problemas e para melhores decisões, designadamente no âmbito da sectorização de regiões e na optimização de rotas. O caso de estudo considerado apresenta características comuns a qualquer problema de recolha de RSU: nem todas as ruas têm contentores e, como tal, a passagem nessas mesmas ruas será efectuada apenas se tal for proveitoso do ponto de vista da rota; há ruas de sentido único pelo que não é possível efectuar a recolha em ambos os sentidos; os veículos colectores devem partir e chegar vazios, em cada percurso (também denominado “giro”); a capacidade dos veículos é limitada e, como tal, sempre que necessário, o veículo deverá efectuar deposição em local próprio para o efeito; independentemente da dimensão do contentor, ele é totalmente recolhido e de uma só vez por um único veículo.

No entanto, outras características são bem específicas deste caso real que, não sendo raras, não têm sido analisadas do ponto de vista teórico, pelo que merecem especial atenção. Os contentores são bastante diversos e nem todos podem ser recolhidos por todos os veículos colectores. Podendo a frota ser heterogénea, diferentes veículos apresentam diferen-

tes capacidades e diferentes custos associados. Por exemplo, o tempo que um veículo mais pequeno e sem grua demora a fazer a deposição em aterro é cerca de metade daquele que um veículo maior e com grua despende. Acresce ainda o facto de existirem diversos tipos de pontos de deposição: os aterros e as estações de transferência. Este último funciona como depósito de resíduos temporário, por vezes impondo restrições ao acesso dos veículos, devido a limitações de dimensão.

Apresenta-se o estado da arte de forma organizada e sistematizada, estabelecendo relações entre os diferentes problemas ou abordagens, facilitando a exposição e esperando que tal ajude a compreensão do leitor.

Relativamente ao caso de estudo, não só por se tratar de um problema de razoável dimensão mas especialmente por envolver um planeamento semanal onde diferentes zonas apresentam diferentes periodicidades de recolha, foi adoptada, numa primeira fase, uma divisão do território em parcelas mais pequenas, designada de Sectorização. A abordagem criada para o efeito é original, sendo inspirada em leis da Física, do electromagnetismo. Permitiu um planeamento semanal das recolhas obedecendo às procuras das diferentes regiões. Convirá realçar, que este método e as heurísticas associadas são suficientemente flexíveis e aptas para utilização nos mais variados contextos de sectorização, para além dos RSU.

Posteriormente, e relativamente aos sectores definidos, são descritos novos modelos e métodos de resolução de rotas. No intuito de dar resposta às especificidades mencionadas, como a heterogeneidade de veículos, a existência de múltiplos pontos de deposição e a possibilidade de existirem limitações na recepção de resíduos por parte desses pontos, foram desenvolvidas três formulações.

No fim, Sectores e Rotas são tratados de maneira integrada. Perante rotas de “pior” qualidade é permitida uma redefinição total ou parcial nos sectores dando lugar a novas rotas. Este procedimento permite a introdução de conhecimento empírico muitas vezes de extraordinária im-

portância em questões relacionadas com a recolha de RSU.

Todos os procedimentos são acompanhados de exemplos ilustrativos e de instâncias adaptadas da literatura e de outras instâncias obtidas do caso real apresentado.

Abstract

The PhD thesis considers the subject of Municipal Solid Waste (MSW) collection, in close connection with a real application in a region of Portugal. It is well known the importance of that matter, notably due to environmental, social and economic reasons. Moreover the companies and organizations involved are permanently dealing with troubles and limitations for a successful management of MSW. The work presented here aims to contribute scientifically to better decisions, particularly in the topics of sectorization of regions and route optimization.

The case study has characteristics that are common to any problem of MSW collection. Not all streets have containers to collect and, for this reason, the passage in those streets is done only if it is important for route optimization. There are one-way streets, meaning that it is not possible to collect in both ways. Vehicles should start and end empty, after completing the route. The vehicle capacity is limited and whenever necessary, the vehicle should empty in a proper place. Regardless of the size of the container, it must be collected at once by a single vehicle.

On the other hand, this case has other specific features, although not being rare they have not been analyzed from a theoretical point of view and, therefore, deserving special attention. The containers are quite different and not every containers can be collected by all vehicles. The fleet is heterogeneous, the vehicles have different capacities and different associated costs. For example, the time spent to empty a small vehicle with no crane installed is about half the time spent by a bigger one with

a crane. Furthermore, diverse types of deposition points are considered: landfills and transfer stations. A transfer station is a temporary deposit of waste, sometimes imposing restrictions on vehicle access, due to its small dimension.

The state of the art is presented, in an organized and systematic manner, establishing relationships between different problems and/or approaches, for ease of exposition and hoping that it helps the reader's understanding.

Since the case study poses a problem of reasonable size, and especially because it involves a weekly planning for different areas with different periodicities of collection, a division of the territory into smaller parcels, called Sectoring, was adopted as a first step. The approach created for this purpose is quite innovative, being inspired by the laws of physics, by electromagnetism. It allows a weekly planning of collections observing the demand of different regions. It should be noted that this method and the accompanying heuristics are suitable and sufficiently flexible for use in various contexts of sectoring beyond MSW. Subsequently, considering each of the defined sectors, new models and solution methods are described. In order to answer to the particularities mentioned, such as the heterogeneous fleet of vehicles, the existence of multiple deposition points and the existence of limitations on waste reception, three formulations were developed.

At the end, Sectors and Routes are addressed in an integrated way. Given the "worst" quality routes, a redefinition of sectors leading to new routes is still possible. Moreover, this integrated procedure allows the use of empirical knowledge that can be of extraordinary importance in situations relating to waste collection.

All procedures are followed by illustrative examples and instances adapted from literature or obtained from the real application.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Motivação	2
1.2	Organização	4
1.3	Contribuições	5
2	Temas Fundamentais e Estado da Arte	7
2.1	Grafos	8
2.1.1	Grafos - uma breve apresentação	8
2.1.2	Optimização Combinatória em Grafos	25
2.2	Sectores	34
2.2.1	Introdução	34
2.2.2	História e enquadramento	35
2.2.3	Aplicações e métodos de soluções	37
2.2.4	Referências anotadas	51
2.3	Rotas	57
2.3.1	Introdução	57
2.3.2	O Problema do Carteiro Rural e outros Particulares	60
2.3.3	O Problema do Carteiro Rural e generalizações	62
2.3.4	Representação Multidimensional	73
2.3.5	Referências anotadas	75
2.4	Sectores e Rotas na Recolha de Resíduos	81
3	Resíduos Sólidos Urbanos - Caso de Estudo	85
3.1	Resíduos Sólidos Urbanos	86

3.1.1	Alguns conceitos e enquadramento legal	86
3.1.2	A realidade portuguesa	87
3.2	Concelho de Monção	91
3.2.1	Características geográficas e populacionais	91
3.2.2	Características dos dispositivos afectos ao local	95
3.3	Contornos do caso de estudo	99
4	Modelos de Optimização de Rotas	103
4.1	Introdução	104
4.2	Frota heterogénea e um depósito	105
4.2.1	P veículos, três tipologias	105
4.2.2	Apresentação formal	106
4.2.3	Exemplo com 5 veículos de 3 tipos	109
4.3	O mesmo veículo, vários pontos de deposição	112
4.3.1	Vários aterros com “diferentes capacidades”	112
4.3.2	Apresentação formal	112
4.3.3	Exemplo com três aterros	117
4.4	Diferentes veículos, vários pontos de deposição	119
4.4.1	Dois tipos de veículos e vários aterros com diferentes capacidades	119
4.4.2	Apresentação formal	119
4.4.3	Exemplo com dois veículos e três aterros	123
5	Dividir para resolver: Sectores e Rotas	127
5.1	Sectores	128
5.1.1	Electromagnetismo como fonte inspiradora	128
5.1.2	Pontos que parecem <i>cargas</i>	130
5.1.3	O “buraco negro” entre as cargas	135
5.1.4	Relação entre duas cargas nem sempre atractiva	140
5.1.5	Avaliação da <i>qualidade</i> dos sectores obtidos	146
5.1.6	Heurísticas de melhoramento	156

5.2	Rotas	165
5.2.1	Junção de vértices	166
5.2.2	Visão intra-grupos iniciais	166
5.2.3	Visão inter-grupos iniciais	169
5.2.4	Algumas especificidades	171
5.2.5	Obtenção das rotas	173
5.3	Integração de Sectores e Rotas	174
6	Resultados Computacionais	177
6.1	Introdução	178
6.2	Sectores	179
6.2.1	Exemplo <i>Sectores₁</i>	179
6.2.2	Exemplo <i>Sectores₂</i>	182
6.2.3	Exemplo <i>Sectores₃</i>	186
6.3	Rotas	197
6.3.1	Instâncias <i>GDB – LML</i>	199
6.3.2	Instâncias <i>mval – LML</i>	200
6.4	Sectores e Rotas no caso de estudo	202
6.4.1	Apresentação de pontos e ligações	202
6.4.2	Calendário semanal	205
6.4.3	Um apontamento sobre Algoritmos Meméticos	214
7	Conclusões e Trabalho Futuro	221
	Referências	227

Lista de Figuras

2.1	Planta do metro do Porto	9
2.2	Leonhard Euler (1707-1783)	9
2.3	Königsberg, Século XVII	10
2.4	Representação apresentada por L. Euler	11
2.5	Grafo simples	12
2.6	Grafo direccionado	12
2.7	Grafo ponderado	13
2.8	Hipergrafo	19
2.9	Hipergrafo dirigido	20
2.10	Exemplo de um metagrafo	22
2.11	Principais Métodos de Optimização	30
2.12	Mapa do Tratado de Tordesilhas	35
2.13	Mapa “actual” do Tratado de Tordesilhas	36
2.14	Elbridge Gerry	36
2.15	Cartoon da época que retrata um distrito em Massachusetts	37
2.16	Aplicações de Problemas de Sectorização	38
2.17	Diferentes abordagens num Problema de Sectorização	39
2.18	Critérios mais comuns na definição de distritos políticos	41
2.19	Critérios mais comuns na definição de zonas de venda	50
2.20	Problemas Gerais de Rotas	58
2.21	O RPP e os seus Problemas Particulares	62
2.22	O RPP e os seus Problemas Gerais e Particulares	63
2.23	Problema Geral de Rotas Ventoso	65

2.24	Problemas de Rotas Gerais (GRP) e alguns Problemas Capacitados	69
2.25	Problemas hierárquicos	71
2.26	Travessia entre pontos interiores de arestas	72
2.27	“Outras” generalizações do RPP	74
2.28	Representação multidimensional de alguns problemas relacionados com o RPP	75
2.29	Relações entre ARPs com base em RPPs	82
3.1	Produção de RSU e capitação diária em Portugal Continental (1995-2005) - Fonte PERSU II 2007-2016	88
3.2	Distribuição da produção de Resíduos Urbanos (1995-2008) em países europeus - Fonte PNGR 2011-2020	89
3.3	Distribuição dos Resíduos Urbanos em Portugal por Operação de Gestão - Fonte PNGR 2011-2020	89
3.4	Produção e destino final de resíduos em Portugal em 2009 - Fonte PNGR 2011-2020	90
3.5	Localização do concelho de Monção e das suas 33 freguesias	91
3.6	Distribuição dos resíduos produzidos no concelho de Monção ao longo do ano de 2008	94
3.7	Algumas ruas muito estreitas no centro histórico da vila de Monção	96
3.8	Localização (a) do contentor enterrado (b) no centro histórico de Monção	97
3.9	Distribuição dos contentores por tipologia	97
3.10	Utilização da grua na recolha de um contentor semi-enterrado (Fotografia cedida pela empresa)	98
3.11	Resíduos deixados à porta para serem recolhidos (Fotografias cedidas pela empresa)	98
3.12	Esquema simplificado do processo de recolha de RSU	100

4.1	Composição da frota	110
4.2	Grafo com 12 vértices e 23 ligações	110
4.3	(a) Dois circuitos associados aos veículos T_1 ; (b) Um circuito associado ao veículo T_2 ; (c) Dois circuitos associados aos veí- culos T_3	113
4.4	Grafo com 15 vértices, garagem (vértice 1) e 3 aterros (vértices 2, 3 e 4)	117
4.5	Desenho do circuito para 1 veículo e 3 despejos	119
4.6	Grafo com 15 vértices, uma garagem, 3 aterros e duas arestas com serviço exclusivo	124
4.7	As características dos dois veículos T_1 e T_2	124
4.8	Desenho dos percursos obtidos para os veículos: (a) T_1 e (b) T_2	126
5.1	Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), físico francês	129
5.2	(a) Nove pontos aleatoriamente distribuídos (b) vectores de atração sobre a carga I	131
5.3	Junção de pontos I e J num ponto intermédio C	133
5.4	Junção de cargas com a mesma abcissa	135
5.5	Vinte pontos aleatoriamente distribuídos	137
5.6	Quatro sectores constituídos com base na (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)	137
5.7	Acção de dois pontos de deposição sobre a carga resultante P	139
5.8	Quatro sectores constituídos com 2 aterros e (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)	139
5.9	Número de visitas do veículo colector aos quatro pontos, em dois dias (1 ou 2 vezes)	141
5.10	Cada ponto com tantas cópias quanta a necessidade de recolha	142
5.11	Sentido da forças exercidas entre pontos com cargas iguais e cargas distintas	142
5.12	Junção dos pontos 2 e 3 na iteração I_2	144

5.13	Exemplo revisitado, com 2 aterros e 4 sectores a diferentes cores usando a atracção obtida por (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)	148
5.14	Exemplo de um grafo com 16 vértices	149
5.15	Dois sectores (a) sem contiguidade fraca (b) com contiguidade fraca	150
5.16	Dois sectores com contiguidade fraca e (a) sem contiguidade forte (b) com contiguidade forte	151
5.17	Dois sectores com a mesma quantidade e os respectivos centróides	154
5.18	Dois sectores e as respectivas circunferências de maior raio cen- tradas no centróide	155
5.19	Diferentes compacidades em dois sectores com cargas diferentes e distâncias iguais dos centróides aos seus pontos mais afastados	156
5.20	Grafo com 16 vértices, 24 arestas e uma carga total (procura total) de 136	157
5.21	Dois sectores representados a verde e a vermelho	158
5.22	As Árvores de Atracções dos 2 sectores (à esquerda referente ao sector 0, à direita ao sector 1)	159
5.23	Sectores após a troca dos vértices	161
5.24	(a) A verde e a vermelho dois pontos com repulsa (b) Reforço da atracção entre os verdes e entre os pontos vermelhos	162
5.25	Divisão da vila de Monção em regiões mais pequenas	164
5.26	Divisão da vila de Monção em regiões mais pequenas	165
5.27	Freguesia de Abedim	167
5.28	Freguesia de Abedim - representação dos vértices e das arestas	168
5.29	Custos de passagem e quantidade de resíduo a recolher na Fre- guesia de Abedim	168
5.30	Conjunto dos contentores distribuídos pelas diferentes fregue- sias do concelho de Monção	169
5.31	Ligações entre as freguesias de Monção	170

5.32	Caminho, a amarelo, que liga Abedim a Barroças e Taias . . .	171
5.33	Parte do metagrafo referente ao concelho de Monção	172
5.34	(a) Vários RPPs (b) Representação de um CARP	173
5.35	Esquema geral do processo de construção de rotas	176
6.1	Distribuição aleatória de 125 pontos no plano com diferentes cargas	180
6.2	Quatro sectores obtidos por atracção com (a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)	181
6.3	Cinco sectores obtidos por atracção com (a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)	182
6.4	Cinco sectores, com diferentes aterros, obtidos por atracção com (a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)	183
6.5	Distribuição de 306 pontos no plano com cargas definidas ale- atoriamente	184
6.6	Quatro sectores com a primeira formulação, à esquerda, e a segunda, à direita	184
6.7	Quatro sectores com a segunda formulação: 1 aterro, à es- querda, e 2 aterros, à direita	185
6.8	Distribuição de 100 pontos ao longo de uma grelha com dife- rentes cargas	186
6.9	Resultados sem acção dos aterros para (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores	187
6.10	Resultados com acção de 2 aterros para (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores	188
6.11	Valores das medidas de qualidades para 4, 6, 7 e 10 sectores sob influência ou não dos aterros	189
6.12	Quatro pontos centrais, a vermelho, que se repulsam entre si .	190
6.13	Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com repul- sas entre os 4 pontos centrais	191

6.14	Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com repul-	
	sas entre os 4 pontos centrais e reforço das atracções externas . . .	192
6.15	Valores obtidos para 4, 6, 7 e 10 sectores a diferentes cores -	
	Diferentes símbolos indicam reforço ou não de atracções	193
6.16	Sete grupos de pontos com afinidade positiva no interior	194
6.17	Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com iden-	
	tificação dos 7 grupos dentro dos sectores	195
6.18	Adição de três vértices nas novas instâncias com 2 aterros . . .	198
6.19	Alterações introduzidas nas instâncias para: (b) 3 aterros (b)	
	4 aterros	199
6.20	Diferentes círculos representam diferentes quantidades de RSU	
	produzidas por freguesia	203
6.21	Quantidade de RSU por freguesia, os 2 pontos de deposição e	
	a garagem	203
6.22	Ligações directas entre as diferentes freguesias de Monção . . .	204
6.23	Divisão da vila de Monção em três grupos (a azul escuro) . . .	204
6.24	Resultado obtido para 6 Sectores sem conhecimento adicional	
	do território	207
6.25	Desenho dos seis sectores sem informação adicional sobre as	
	freguesias	209
6.26	Resultado obtido para 6 Sectores com conhecimento adicional	
	do território	211
6.27	Desenho de seis sectores quando considerada informação adici-	
	onal sobre a região	213
6.28	Freguesia de Abedim	215
6.29	Solução do AM para Abedim	216
6.30	Grafo representativo da freguesia de Abedim (a) Custos asso-	
	ciados à passagem (b) Circuito de Abedim	217
6.31	Freguesia de Messegães	217
6.32	Solução do AM para Messegães	218

7.1	Abordagem integrada de Sectores e Rotas	225
-----	---	-----

Lista de Tabelas

2.1	Matriz de adjacências ponderada	14
2.2	Matriz de adjacências do hipergrafo	20
2.3	Matriz de adjacências do hipergrafo dirigido	21
2.4	Matriz de adjacências do metagrafo apresentado	26
2.5	Sectorização em diferentes áreas	56
2.6	Problemas relacionados com RPP e métodos de solução	81
3.1	Composição das 33 freguesias de Monção - dados referentes a 2011	93
3.2	Quantidades anuais de resíduos indiferenciados no concelho de Monção	94
4.1	Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 3 veículos e 1 ponto de descarga)	111
4.2	Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 1 veículo e 3 pontos de deposição)	118
4.3	Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 2 veículos e 3 pontos de deposição)	125
5.1	Operação Δ	145
6.1	Valores das medidas de qualidade na formação de 4, 6, 7 e 10 sectores com e sem aterros	188
6.2	Valores das medidas de qualidade com e sem “atracções reforça- das” na formação de 4, 6, 7 e 10 Sectores - 2 aterros, 4 repulsas centrais	191

6.3	Valores das medidas de qualidade na formação de 4, 6, 7 e 10	
	Sectores e apresentação da percentagem de incumprimentos . . .	196
6.4	Resultados das instâncias GDB_i_LML e $GDB_{15_LML_i}$	200
6.5	Resultados das instâncias $GDB_{15_LML_i}$	200
6.6	Características e resultados de 34 instâncias $mvalXY_LML$. .	201
6.7	Características e resultados $mvalXY_LML$ alteradas	202
6.8	Capacidade e Tempos de recolha dos diferentes contentores . .	205
6.9	Calendário semanal genérico considerando a recolha bissemanal na maioria das freguesias	206
6.10	Identificação dos diferentes sectores - freguesias e quantidades de resíduo a recolher	208
6.11	Medidas de qualidade dos sectores obtidos	208
6.12	Distribuição dos diferentes sectores ao longo do plano semanal .	208
6.13	Caracterização das rotas para 1 veículo dentro dos diferentes sectores	209
6.14	Caracterização das rotas para 2 veículos dentro dos diferentes sectores	210
6.15	Identificação dos diferentes novos sectores - freguesias e quan- tidades de resíduo a recolher	212
6.16	Medidas de qualidade dos novos sectores obtidos	212
6.17	Distribuição dos novos sectores ao longo do plano semanal . . .	212
6.18	Caracterização das novas rotas para 1 veículo dentro dos dife- rentes sectores	214
6.19	Caracterização das novas rotas para 2 veículos dentro dos dife- rentes sectores	214

Capítulo 1

Introdução

“Le véritable voyage de découverte ne consiste pas à chercher de nouveaux paysages mais à avoir de nouveaux yeux.”

Marcel Proust (1871-1922)

1.1 Motivação

Os Resíduos Sólidos Urbanos (RSU) são um problema actual com importância crescente nas sociedades modernas. Preocupações económicas e ambientais dão especial relevância a uma boa gestão de todas as vertentes e recursos envolvidos. Em particular, e no que mais interessa a este trabalho, pretende-se recolhas de RSU que obedeam aos anseios da população e à própria legislação. Por exemplo, convirá respeitar periodicidades de recolhas e, ao mesmo tempo, as recolhas deverão ser programadas de forma a minimizarem os percursos efectuados pelos veículos colectores. São muitas as vantagens de conseguir percursos mais curtos. Se por um lado a empresa detentora da frota evita incorrer em custos elevados com combustíveis e manutenção dos veículos, por outro, a diminuição dos circuitos de recolha traduz-se numa diminuição da *pegada ecológica* provocada pela redução da quantidade de CO_2 libertada. Para além dos motivos de peso já apresentados, outras razões poderiam ser enunciadas. Embora bem tolerada pela população, a circulação dos veículos colectores está relacionada com ruído, odor e especialmente em ruas mais estreitas, ligeiros *engarrafamentos* e tempos de espera. Por todas as razões e mais estas é conveniente que a recolha se faça de forma eficiente e eficaz.

Por norma, as empresas responsáveis pela recolha de RSU têm a seu cargo uma área geograficamente bem definida com dimensões maiores e portanto com mais procura do que aquela que conseguiria ser satisfeita por um único veículo, num único percurso. Frotas compostas por veículos iguais ou diferentes partem, todos os dias, de uma garagem, dirigem-se aos locais de recolha, efectuam despejos em locais próprios para o efeito sempre que necessário, e regressam sempre, no final de cada dia de trabalho, ao ponto de onde partiram. Não sendo um problema fácil, uma divisão inteligente do território, *sectorização*, em regiões mais pequenas parece ser vantajosa. São várias as razões apontadas que jus-

tificam a sua realização. Se por um lado, ao diminuir a área abrangida por cada veículo as decisões sobre rotas ficam facilitadas, por outro lado, factores relacionados com o melhor conhecimento de regiões mais pequenas pelos condutores dos veículos colectores, podem ser apontadas como vantagens em momentos em que, por exemplo, o trânsito é obrigado a efectuar desvios por motivos de obras, acidentes na via ou veículos mal estacionados ao longo do percurso. Embora o conceito de dividir ou *sectorizar* seja intuitivo e simples, a obtenção de “bons” sectores pode ser tarefa bastante complexa. As procuras nas áreas consideradas estão longe de ser uniformemente distribuídas pelo mapa. Por exemplo, maiores densidades populacionais, ou seja, mais resíduos produzidos, correspondem a maiores e mais frequentes procuras. Como tal, não bastará, certamente, pegar num mapa e simplesmente dividi-lo em tantas porções de igual área, quantos os sectores previamente estipulados. Pretende-se, finalmente, que os sectores sejam partes semelhantes de um todo. Sendo esta “semelhança” medida com recurso a diferentes critérios que podem focar a procura, as áreas ocupadas ou o tempo para o serviço, sempre com o objectivo de construir rotas de veículos colectores.

O caso de estudo, relacionado com a recolha de RSU no concelho de Monção, surgiu como uma excelente oportunidade para testar alguns dos desenvolvimentos em contexto real. As particularidades deste caso são apresentadas e alguns modelos desenvolvidos para dar resposta a várias questões lançadas pela empresa. Se por um lado a frota era heterogénea e as periodicidades distintas dependendo da região, por outro, os pontos de deposição de resíduos, sendo vários, poderiam apresentar limitações quanto ao número de visitas recebidas diariamente pelos veículos.

Naturalmente, os sectores e as rotas, de uma maneira geral, não são novidade na literatura e até mesmo, embora em escala reduzida, em recolha de RSU. No entanto, os métodos conhecidos não resolvem de maneira universal todas as especificidades que surgem em contexto

real. Mesmo para as especificidades que são consideradas, esses métodos poderão ainda ser melhorados. No fundo, cada caso é um caso e foi este um ponto de partida que motivou esta tese, a par da intenção de contribuir com novas ideias e técnicas de Optimização.

Não seria possível este trabalho sem um grande esforço inicial de levantamento, de análise, de discussão e de estruturação de toda a situação envolvendo o caso de estudo da recolha de RSU, já mencionado.

Posteriormente, avançou uma fase de concepção e desenvolvimento de uma nova abordagem para a geração de sectores. Esta nova abordagem, inspirada por leis da física, encaixou surpreendentemente nos pressupostos estipulados. Nunca o desígnio consistiu em “ver novas paisagens”, como exposto no início deste capítulo por Marcel Proust, mas em “ver com diferentes olhos”. Seguiu-se a apresentação de novos modelos e métodos de resolução em rotas dentro dos sectores definidos. Finalmente, os procedimentos de sectorização e de determinação de rotas foram avaliados de maneira integrada. Foram estas as principais razões do caminho que se percorreu e que será descrito. Os próximos capítulos ilustrarão e aprofundarão o caso de recolha de RSU e todos os desenvolvimentos e resultados alcançados.

1.2 Organização

A primeira parte desta tese introduz, sucintamente, alguns conceitos úteis relacionados com a Teoria de Grafos e com a Optimização Combinatória. O Estado da Arte na área da Sectorização e das Rotas (em Arcos) são tema central do Capítulo 2. Para além dos principais resultados em cada uma das áreas é dada especial ênfase à organização dos diferentes temas. Houve o cuidado de organizar e apresentar de forma sistematizada, sempre que possível, os diferentes problemas e abordagens à sua resolução. O caso de estudo relacionado com a recolha de RSU no concelho de Monção é retratado no Capítulo 3. Neste capítulo são

descritas desde as características geográficas e populacionais relevantes da região em causa, aos veículos de recolha, passando pelo tipo de contentores e pelos pontos de aterro/estação de transferência. O Capítulo 4 é dedicado à apresentação de diferentes modelos matemáticos que dão corpo a um problema definido num grafo misto de rotas em ligações com diferentes especificidades. O Capítulo 5 expõe elementos fundamentais deste trabalho, nomeadamente a nova abordagem à sectorização, baseada em leis do electromagnetismo, e métodos para a optimização de rotas. Exemplos ilustrativos estão também presentes para uma mais fácil leitura. Dos resultados computacionais que constam do Capítulo 6 fazem parte resultados obtidos em instâncias adaptadas da literatura e em instâncias retiradas do caso de estudo em análise. Por fim, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e as sugestões de trabalho futuro.

1.3 Contribuições

Esta tese de doutoramento apresenta diversas contribuições, que se estendem pelo tema central da recolha de RSU e pelos problemas de optimização ligados à determinação de sectores e de rotas.

A comprovação de que mais uma situação real complexa, de interesse ambiental, causando dificuldades diárias às instituições envolvidas no seu tratamento, pode ser analisada, estruturada e resolvida com eficiência e eficácia recorrendo à Investigação Operacional e a meios computacionais.

Também na apresentação do estado da arte, sobre alguns temas, estão contribuições, consequência da correspondente organização. Efectivamente, quer ao nível dos problemas de rotas, como no respeitante aos problemas de sectores, a tónica foi colocada além duma simples listagem de principais autores e seus trabalhos, ao propor uma quase “taxonomia” entre os problemas ou as abordagens, criando relacionamentos e esperando facilitar a compreensão do leitor. A disponibilização de mapas que

estabelecem relações entre os diferentes conceitos parece resultar e poder ser considerada uma contribuição interessante para novos investigadores na área.

Ao nível da sectorização expõe-se e aplica-se uma nova abordagem, inspirada em atracções electromagnéticas estabelecidas entre pares de cargas. Resulta numa agregação hierárquica que permite a criação de grupos de pontos integrantes a cada sector. Esta nova ideia para a formação optimizada de sectores apresenta fácil adaptação para os mais variados contextos, além dos RSU.

Surgem também algumas contribuições na definição das rotas de recolha consequência, por exemplo, do desenvolvimento de modelos que lidam com dificuldades específicas, como a limitação do número de visitas aos pontos de deposição (aterros ou estações de transferência), por parte dos veículos. Mesmo não sendo uma situação tão rara assim, aparentemente não é tida em consideração pela literatura. Na conjuntura do caso de estudo, e como convirá, sectores e rotas também são tratados duma forma articulada.

Ao longo desta tese, são apontados possíveis percursos para investigação futura que se espera possam ser contribuições para quem investigue nesta área do saber.

Capítulo 2

Temas Fundamentais e Estado da Arte

*“A coisa mais importante não é o número de ideias reunidas no nosso espírito,
mas sim o que as une”*

Titu Maiorescu (1840-1917)

Este capítulo é dedicado a uma apresentação concisa de temas fundamentais ao desenvolvimento do trabalho e a uma revisão bibliográfica. Os temas em questão enquadram a Teoria dos Grafos, a Optimização Combinatória, a Sectorização e os problemas de Rotas. Já a exposição sobre o Estado da Arte versa essencialmente os Sectores e as Rotas, nas Secções 2.2 e 2.3. Ao longo destas últimas secções, para além de serem apresentados os desenvolvimentos mais importantes na área e os respectivos autores, será dado especial ênfase a uma apresentação relacional entre os diferentes tópicos.

2.1 Grafos

Como foi referido, serão apresentados inicialmente, resumidamente e sem intensão de “revisão da literatura”, alguns temas, definições e resultados, convenientes para a dissertação.

2.1.1 Grafos - uma breve apresentação

“A extraordinária beleza dos grafos reside na sua simplicidade, uma vez que se trata apenas de pontos e linhas entre esses pontos. Apesar disso, as potencialidades de uma reflexão sobre estes diagramas são realmente surpreendentes.”

In Alsina [2011]

2.1.1.1 Introdução e aplicações

A ideia de grafo é, provavelmente, a representação ou estrutura mais útil na área da matemática discreta. Os grafos aparecem associados às mais vastas áreas, desde redes sociais em psicologia, passando pela representação de linhas de metro, de redes de computadores, de circuitos eléctricos, de interacções entre estruturas moleculares ou até mesmo em teoria de jogos. Na Figura 2.1 apresenta-se a planta do metro do Porto:

um conjunto de linhas e pontos que representam, respectivamente, os percursos e as diferentes estações de metro do Grande Porto.



Figura 2.1: Planta do metro do Porto



Figura 2.2: Leonhard Euler (1707-1783)

De uma forma muito simples, pode dizer-se que a Teoria de Grafos, uma área específica da matemática, reflecte, perante um conjunto não vazio de objectos, as relações entre pares de elementos desse mesmo conjunto.

A história dos grafos já tem alguns séculos e teve início com Leonhard Euler, um matemático suíço do Século XVIII, Figura 2.2.

Conta a história que este matemático, numa das suas viagens a Königsberg, na Figura 2.3, foi confrontado com um problema sobre o qual escreveu:

“ O problema que, em minha opinião, é bastante conhecido, enuncia-se assim: na cidade de Königsberg, na Prússia, há uma ilha, chamada Kneiphof, rodeada pelos dois braços do rio Pregel. Há sete pontes que atravessam os dois braços do rio. A questão consiste em determinar se uma pessoa pode dar um passeio de modo a atravessar cada uma das pontes apenas uma vez. Foi-me dito que, embora houvesse quem negasse a possibilidade de o fazer e quem dela duvidasse, ninguém defendia a hipótese de ser realmente possível.”

Tradução de Euler [1736] retirada de Alsina [2011]¹.

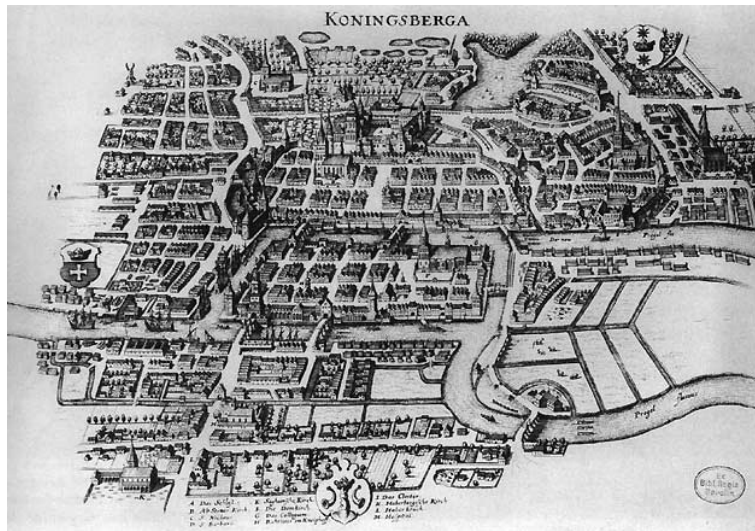


Figura 2.3: Königsberg, Século XVII

Atribuí-se a Leonhard Euler a autoria do primeiro grafo, Figura 2.4.

Mais formalmente, pode definir-se grafo como:

Definição 2.1.1 *Um grafo, $G = (V, E)$, consiste num conjunto, não vazio, não necessariamente finito, V , de vértices (ou nodos) e num con-*

¹A tradução integral, em inglês, de Euler [1736] pode ser encontrada em Biggs et al. [1998].

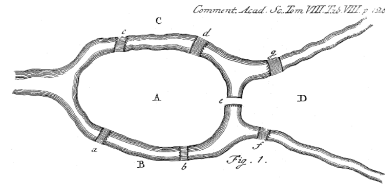


Figura 2.4: Representação apresentada por L. Euler

junto E de ligações que representam uma associação entre um par de elementos do conjunto V .

Muitas foram as figuras ilustres, como Hamilton ou Cayley para salientar apenas algumas, que deixaram a sua marca nestes quase 3 séculos de história. Grandes homens da ciência do Século XX como William Thomas Tutte, Frank Harary, Edsger Wybe Dijkstra e Paul Erdős, foram especiais impulsionadores e deram enormes contributos à Teoria de Grafos como a conhecemos nos dias de hoje.

2.1.1.2 Algumas definições

O estudo da Teoria de Grafos inclui grafos com características e denominações assaz diversas. Sem qualquer pretensão de exaustividade nesta matéria, seguem-se alguns dos conceitos, definições e resultados mais relevantes, fundamentais para os desenvolvimentos que posteriormente aqui serão apresentados.

Salientam-se, como referências nesta área, Rosen [2007], Wiitala [1987], Biggs et al. [1998] ou Ore [1970].

Um grafo diz-se **grafo simples** se cada uma das suas arestas liga vértices diferentes e não existem arestas que liguem o mesmo par de vértices. A Figura 2.5 apresenta o exemplo de um grafo simples composto por 9 vértices e 10 arestas.

A **matriz de adjacências** corresponde à matriz quadrada de ordem n (em que $n = |V|$) composta por *uns* e *zeros* que representam, respec-

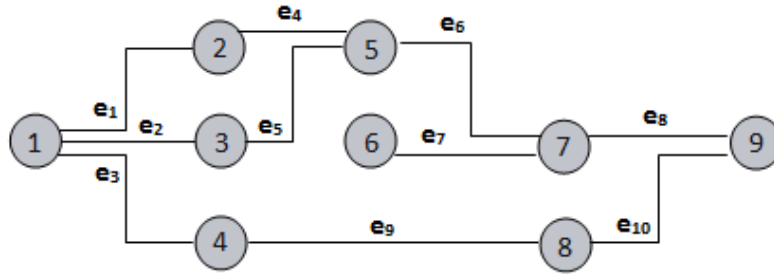


Figura 2.5: Grafo simples

tivamente, para cada par (i, j) a existência, ou não, de ligações (arestas) entre os vértices i e j , representando se são ou não adjacentes. Se às ligações entre os vértices se associarem direcções, representadas por *setas* nas ligações entre os vértices, as arestas passam a denominar-se arcos. Para um arco $a = (v_1, v_2)$, ao vértice de partida v_1 chama-se cauda (*tail*) de a e ao de chegada, v_2 , cabeça (*head*) de a representando-se por $T(a)$ e $H(a)$, respectivamente. Se o conjunto das ligações dum grafo for apenas composto por arcos, o grafo denomina-se de **grafo direccionado** ou **digrafo**. Na Figura 2.6 apresenta-se o exemplo de um grafo dirigido.

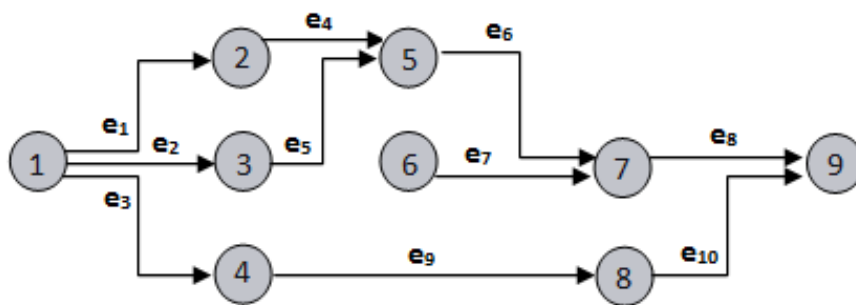


Figura 2.6: Grafo direccionado

Os **grafos ponderados** têm associados aos vértices ou às arestas/arcs funções que os relacionam. Muitas vezes, essas funções indicam

os “custos de travessia” da aresta/arco em causa (distância, tempo, valor monetário,...). Na Figura 2.7 está representado um grafo simples com custos associados às arestas.

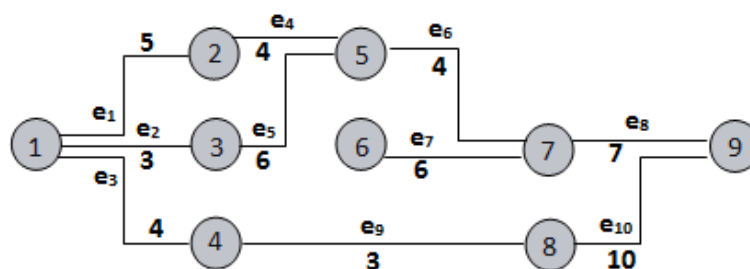


Figura 2.7: Grafo ponderado

Dois vértices dizem-se **adjacentes** se estiverem ligados por uma aresta. Diz-se que uma aresta, $e = (v_1, v_2)$, é **incidente** num vértice v se $v = v_1$ ou $v = v_2$.

A matriz de adjacências de um grafo ponderado poderá ser substituída pela matriz de adjacências ponderada em que cada elemento desta matriz representa o custo associado à aresta/arco em causa. A Tabela 2.1 representa a matriz de adjacências ponderada relativa ao grafo da Figura 2.7. Matrizes de adjacências associadas a grafos não dirigidos são simétricas.

No caso do grafo possuir, simultaneamente, arcos e arestas é conhecido como **grafo misto**. Numa situação em que existem ligações paralelas, isto é, diferentes ligações que ligam o mesmo par de vértices dá-se o nome de **multigrafo**. A designação de **pseudografo** surge quando, para além de arestas paralelas existe, pelo menos, um lacete, uma aresta que liga um vértice a ele próprio.

Definição 2.1.2 Um **subgrafo** de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo $G' = (V', E')$ de tal maneira que $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$ é o conjunto das ligações de E que incidem em vértices de V' .

Tabela 2.1: Matriz de adjacências ponderada

		Vértices								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vértices	1	-	5	3	4	-	-	-	-	-
	2	5	-	-	-	4	-	-	-	-
	3	3	-	-	-	6	-	-	-	-
	4	4	-	-	-	-	-	-	3	-
	5	-	4	6	-	-	-	4	-	-
	6	-	-	-	-	-	-	6	-	-
	7	-	-	-	-	4	6	-	-	7
	8	-	-	-	3	-	-	-	-	10
	9	-	-	-	-	-	-	7	10	-

Definição 2.1.3 *Um vértice v diz-se **sucessor** do vértice u se existir o arco (u, v) . Nesse caso, o vértice u diz-se **antecessor** do vértice v .*

$V^+(v)$ e $V^-(v)$ representam, respectivamente, o conjunto dos sucessores e dos antecessores do vértice v .

Seguindo a mesma notação da usada na definição anterior (Definição 2.1.3), designa-se por $V^{+2}(v)$ o conjunto dos sucessores de sucessores de v e, analogamente, $V^{-2}(v)$ representa o conjunto dos antecessores de antecessores de v . A mesma ideia pode ser aplicada sucessivamente até se obter o conjunto dos sucessores/antecessores de ordem n de v , definidos recursivamente por:

$$V^{+n}(v) = V(V^{+(n-1)}(v)) \text{ e } V^{-n}(v) = V(V^{-(n-1)}(v))$$

Definição 2.1.4 *Entende-se por **caminho** uma sequência de vértices dum grafo de tal forma que, cada sucessivo par de vértices representa uma ligação, que não se repete, do mesmo grafo.*

Definição 2.1.5 *O **fecho transitivo** de um vértice v , $V^+(v)$ é o conjunto dos vértices para os quais existe um caminho qualquer partindo de v , ou seja, $V^+(v) = \{v\} \cup V^+(\{v\}) \cup V^{+2}(\{v\}) \cup V^{+3}(\{v\}) \cup \dots \cup V^{+n}(\{v\})$*

Definição 2.1.6 *O fecho transitivo inverso de um vértice v , $V^-(v)$ é o conjunto dos vértices dos quais existe um caminho qualquer até v , ou seja, $V^-(v) = \{v\} \cup V^-(\{v\}) \cup V^{-2}(\{v\}) \cup V^{-3}(\{v\}) \cup \dots \cup V^{-n}(\{v\})$*

Definição 2.1.7 *Circuito é entendido como todo o caminho que começa e acaba no mesmo vértice.*

Definição 2.1.8 *Se a um circuito num grafo for acrescentada a obrigatoriedade de passagem em todas as ligações desse grafo, não havendo repetição de vértices, este passa a designar-se de **circuito euleriano** (ou **circuito de Euler**). Analogamente, entende-se por **caminho euleriano** (ou **caminho de Euler**), todo o caminho que percorre todas as ligações.*

No caso em que a obrigatoriedade de passagem se reflecte em todos os vértices em vez das ligações os **circuitos** e os **caminhos** passam a designar-se de **hamiltonianos** em vez de eulerianos, em homenagem ao famoso cientista irlandês do Século XIX: William Rowan Hamilton (1805-1865).

Definição 2.1.9 *Um grafo é **conexo** se, dado um qualquer par de vértices, existe um caminho que os une.*

No caso de se tratar de um grafo direccionado a questão da conexidade apresenta alguns desenvolvimentos relacionados com a impossibilidade de passagem, entre alguns vértices, em ambos os sentidos:

Definição 2.1.10 *Num grafo $G = (V, A)$, entende-se por **componente fortemente conexa** de $v \in V$ e representa-se por $C(\{v\})$, o conjunto de todos os vértices de V que estão ligados a v por um qualquer caminho de “ida e volta”, ou seja, $C(\{v\}) = V^+(\{v\}) \cap V^-(\{v\})$*

Definição 2.1.11 *Um grafo dirigido diz-se **fortemente conexo** se apresentar uma única componente fortemente conexa.*

Definição 2.1.12 *O grau de um vértice, $v \in V$, $g(v)$, corresponde ao número de arestas que nele incidem.*

Definição 2.1.13 *Um grafo não dirigido em que todos os vértices têm o mesmo grau diz-se **regular**.*

Teorema 2.1.1 *Num grafo $G = (V, E)$, a soma dos graus de todos os vértices é sempre igual ao dobro do número de arestas de G , ou seja, $2 \times |E|$.*

A prova do Teorema 2.1.1 resulta simples quando se pensa que cada aresta, em particular, por ser incidente a dois vértices, contribui com 2 na soma dos graus de todos os vértices. Assim, na totalidade, as arestas contribuirão com $2 \times |E|$ (Thulasiraman e Swamy [1992], Wiitala [1987]).

Do Teorema 2.1.1 resulta o seguinte corolário:

Corolário 2.1.2 *Em qualquer grafo, o número de vértices de grau ímpar é sempre par.*

Tendo em conta que a soma dos graus dos vértices é sempre par (consequência do Teorema 2.1.1), a prova fica simples se se pensar que apenas uma soma de um número par de ímpares resulta par (Wiitala [1987]).

No caso de se tratar de um grafo dirigido, o grau de um vértice deverá reflectir, separadamente, se se trata de arcos que “chegam ao vértice” ou “partem do vértice”. Para tal, num grafo dirigido $G = (V, A)$, são definidos dois valores:

Definição 2.1.14 *O **semigrau de entrada** de um vértice v , $gr^-(v)$, corresponde ao número de arcos que nele incidem da forma $(u, v), \forall u \in V$. Analogamente, o **semigrau de saída** de um vértice v , $gr^+(v)$, corresponde ao número de arcos que dele partem apresentando a forma $(v, u), \forall u \in V$.*

Definição 2.1.15 *Um grafo direccionado, $G = (V, A)$ diz-se **pseudo-simétrico** se, para todo o vértice $v \in V$, $gr^+(v) = gr^-(v)$.*

Teorema 2.1.3 *Num grafo direccionado $G = (V, A)$, a soma dos semi-gradus de entrada de todos os vértices é sempre igual à soma dos semi-gradus de saída de todos os vértices.*

Com a resolução do problema das sete pontes de Königsberg, anteriormente apresentado, L. Euler estabeleceu uma condição necessária e suficiente para a existência de um circuito de Euler, veja-se o Teorema 2.1.4.

Teorema 2.1.4 *Um multigrafo conexo não dirigido com, pelo menos, dois vértices apresenta um circuito de Euler se e só se todos os seus vértices apresentarem grau par.*

O Teorema 2.1.5 indica as condições necessárias e suficientes para a existência de um circuito euleriano no caso de se tratar de um grafo dirigido.

Teorema 2.1.5 *Um grafo dirigido fortemente conexo apresenta um circuito de Euler se e só se o grafo é pseudo-simétrico.*

Os grafos que apresentam um circuito de Euler são muitas vezes denominados de **grafos eulerianos**.

As condições necessárias e suficientes para a existência de um caminho euleriano num grafo não direccionado e direccionado são apresentadas nos Teoremas 2.1.6 e 2.1.7, respectivamente.

Teorema 2.1.6 *Um multigrafo conexo possui um caminho euleriano (mas não um circuito euleriano) se e só se tiver exactamente dois vértices de grau ímpar.*

Teorema 2.1.7 *Num grafo dirigido fortemente conexo existe um caminho euleriano se e só se existir um par de vértices u e v tal que $gr^+(u) - gr^-(u) = 1$ e $gr^-(v) - gr^+(v) = 1$ e para os restantes vértices w , $gr^+(w) = gr^-(w)$.*

Relativamente a circuitos hamiltonianos, não são conhecidas condições simultaneamente necessárias e suficientes que garantam a sua existência. No entanto, existem algumas condições suficientes das quais se destacam as que se apresentam nos Teorema 2.1.8 e Teorema 2.1.9.

Teorema 2.1.8 Teorema de Dirac: *Se G for um grafo simples com $n \geq 3$ vértices e se o grau de cada vértice de G for, pelo menos, $n/2$ então G possui um circuito hamiltoniano.*

Teorema 2.1.9 Teorema de Ore: *Se G for um grafo simples com $n \geq 3$ vértices e a soma dos graus de dois quaisquer vértices de G não adjacentes é, pelo menos, n , então G possui um circuito hamiltoniano.*

E. Dijkstra, em 1959, apresenta um Algoritmo (Algoritmo de Dijkstra) que permite calcular a distância mais curta entre dois vértices num dado grafo ponderado conexo, Rosen [2007].

2.1.1.3 Grafos, Hipergrafos e Metagrafos

Mais recentemente, e com ligação à definição de grafo, dois novos conceitos surgiram: hipergrafo e metagrafo.

O hipergrafo foi divulgado por Claude Berge (Berge [1970]) e pode ser descrito como um *grafo especial* onde as arestas não ligam necessariamente dois vértices, como acontece nos grafos comuns, mas um conjunto de vértices com, pelo menos, um elemento cada. Mais formalmente, pode dizer-se que:

Definição 2.1.16 Hipergrafo *é um grafo, $H = (V, E)$, em que $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ representa um conjunto não vazio de vértices e*

$E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$, o conjunto das denominadas *hiperarestas*, tal que $E_j \subseteq V$, para $j = 1, \dots, m$.

No caso particular de $|E_j| = 2, \forall j = 1, \dots, m$, o hipergrafo reduz-se a um grafo, razão pela qual se diz que o grafo é caso particular de um hipergrafo.

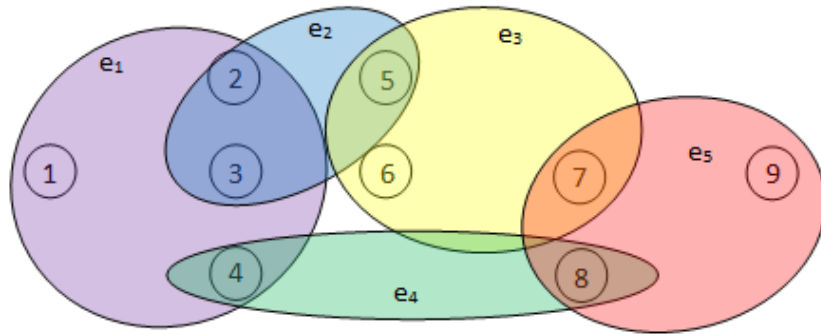


Figura 2.8: Hipergrafo

Na Figura 2.8 apresenta-se uma possível representação de um hipergrafo onde, por exemplo, à hiperaresta e_1 estão associados os vértices 1, 2, 3 e 4.

A um hipergrafo H pode-se associar a **matriz de adjacências** $A = [a_{ij}]$ tal que $a_{ij} \in \{0, 1\}$, para todo $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$, onde $n = |V|$ e $m = |E|$. Se $a_{ij} = 1$ significa que o vértice i está associado à hiperaresta j , caso contrário, $a_{ij} = 0$. Ao exemplo apresentado na Figura 2.8, corresponderá a matriz de adjacências da Tabela 2.2.

No caso de estarem associadas direcções às hiperarestas, o hipergrafo, analogamente ao que acontece nos grafos, denomina-se de hipergrafo dirigido, Gallo et al. [1993]. Na Figura 2.9 apresenta-se, como exemplo, um hipergrafo dirigido.

O anteriormente definido conjunto E passa a denominar-se o conjunto das hiperarestas dirigidas ou hiperarcos e é formado por um par

Tabela 2.2: Matriz de adjacências do hipergrafo

		Arestas				
		e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
Vértices	1	1	0	0	0	0
	2	1	1	0	0	0
	3	1	1	0	0	0
	4	1	0	0	1	0
	5	0	1	1	0	0
	6	0	0	1	0	0
	7	0	0	1	0	1
	8	0	0	0	1	1
	9	0	0	0	0	1

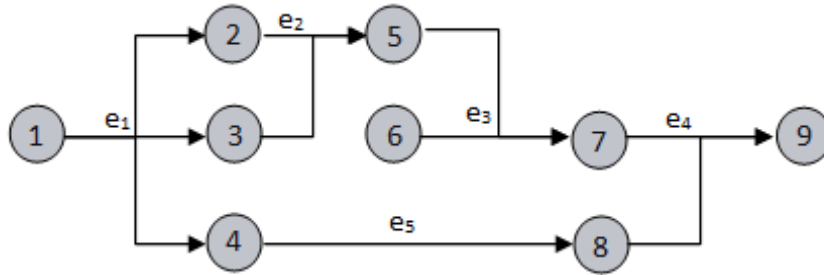


Figura 2.9: Hipergrafo dirigido

ordenado $E = (T(E), H(E))$. Sendo $T(E)$ o conjunto dos vértices de partida (*tail*) dos hiperarcos e $H(E)$ o conjunto dos vértices de chegada (*head*).

No caso de hipergrafos dirigidos a matriz de adjacências é composta por 3 tipos de elementos $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$, ou seja,

$$a_{ij} = \begin{cases} -1, & v_i \in T(E_j) \\ 1, & v_i \in H(E_j) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

A matriz de adjacências correspondente ao hipergrafo dirigido apre-

sentado na Figura 2.9 será a dada pela matriz da Tabela 2.3:

Tabela 2.3: Matriz de adjacências do hipergrafo dirigido

		Arestas				
		e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
Vértices	1	-1	0	0	0	0
	2	1	-1	0	0	0
	3	1	-1	0	0	0
	4	1	0	0	0	-1
	5	0	1	-1	0	0
	6	0	0	-1	0	0
	7	0	0	1	-1	0
	8	0	0	0	-1	1
	9	0	0	0	1	0

A **lista de adjacências** apresenta a mesma informação que a matriz de adjacências, sob a forma de lista. A vantagem do uso de Listas em vez de Matrizes revela-se ao nível da exigência do tratamento computacional dos dados.

Os hipergrafos dirigidos surgiram, na literatura, para dar resposta a alguns problemas na área da Ciência dos Computadores e da Optimização Combinatória, Gallo et al. [1993].

No contexto dos **metagrafos**, um **arco**, $e = \langle V_e, W_e \rangle \in E$, consiste num conjunto de vértices de entrada (*invertex*) e num conjunto de vértices de saída (*outvertex*), cada um dos quais podendo conter qualquer número de elementos.

Definição 2.1.17 *Dado um conjunto de elementos $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, um **metagrafo** em X consiste num par ordenado $S = \langle X, E \rangle$ em que $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ representa o conjunto das arestas do metagrafo de tal maneira que, para cada aresta e_j tanto o conjunto dos seus vértices de entrada, como o dos seus vértices de saída, são constituídos por um ou mais elementos de X .*

A Figura 2.10 apresenta um exemplo de um metagrafo, $S = \langle X, E \rangle$, onde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $E = \{(\{1\}, \{2, 3\}), (\{4\}, \{5, 6, 7, 8\}), (\{2, 3\}, \{6, 7\}), (\{3\}, \{5\}), (\{6, 7\}, \{9\}), (\{5, 6, 7, 8\}, \{9\})\}$

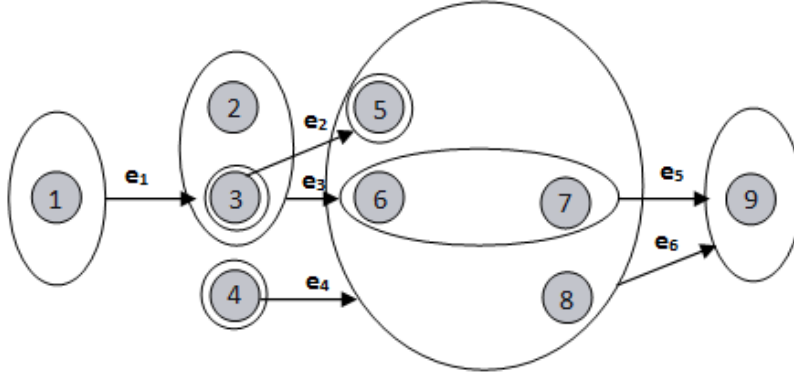


Figura 2.10: Exemplo de um metagrafo

Os **Metagrafos** foram introduzidos no início dos anos 90, do século passado, em Basu e Blanning [1995].

Dois conceitos importantes na teoria dos metagrafos são o de **co-entradas** (*coinputs*) e o de **co-saídas** (*cooutputs*), Basu e Blanning [2001]. A co-entrada de qualquer $v \in V_k$ é dado pelo conjunto $V_k \setminus \{v\}$. A co-saída de qualquer $v \in W_k$ é dado pelo conjunto $W_k \setminus \{v\}$.

Assim, entende-se por conjunto dos **vértices de entrada** (*invertices*) e por conjunto dos **vértices de saída** (*outvertices*) relativamente a dada aresta, e_i , o conjunto de todos os vértices que, relativamente a e_i , fazem parte do mesmo conjunto de origem e do mesmo conjunto de destino, respectivamente. Na Figura 2.10, para a aresta dirigida e_3 os elementos 2 e 3 formam o conjunto dos vértices de entrada e 6 e 7 o conjunto dos vértices de saída. No entanto, a aresta e_2 apenas possui 3 como vértice de entrada e 5 como vértice de saída.

No contexto dos metagrafos, entende-se por percurso de um elemento x a outro y e representa-se por $h(x, y)$, a sequência de arcos (e_1, e_2, \dots, e_k)

de tal maneira que $x \in \text{vértices de saída } (e_1)$ e $y \in \text{vértices de entrada } (e_k)$.

Numa primeira abordagem, tal como refere Basu e Blanning [1995], metagrafos, hipergrafos dirigidos e até mesmo grafos dirigidos apresentam muitas semelhanças podendo levar, erradamente, a concluir que se trata de perfeitos “sinónimos” da mesma realidade. Os arcos, num grafo dirigido, estabelecem relações entre vértices isolados, veja-se a Figura 2.6. Os hiperarcos, num hipergrafo, estabelecem relações entre vértices ou conjuntos de vértices, como se pode constatar na Figura 2.9. No entanto, conforme é apresentado em Basu e Blanning [1995], a teoria dos hipergrafos dirigidos foi desenvolvida no contexto das relações entre os elementos mais simples, os vértices. Apesar dos hiperarcos poderem ligar conjuntos de vértices, questões como propriedades dos percursos, conectividade e fluxo são definidas em termos do elemento mais simples, o vértice, e não em termos de conjuntos de vértices como acontece com os metagrafos. Quando se estabelece um percurso num hipergrafo ele é feito de vértice em vértice. No hipergrafo apresentado na Figura 2.9, um percurso entre os vértices 1 e 9 poderia ser $1 - 2 - 5 - 7 - 9$. Em contrapartida, nos metagrafos as relações estabelecem-se entre conjuntos, singulares ou não, de vértices. Estabelecer um percurso num metagrafo pode significar ir de conjunto de vértices em conjunto de vértices. Se se pretender um percurso, no metagrafo da Figura 2.10, entre os vértices 1 e 9 ele poderia ser definido como : $\{1\} - \{2, 3\} - \{6, 7\} - \{9\}$.

Definição 2.1.18 *Considera-se a **matriz de adjacências**, do metagrafo $S = (X, E)$, a matriz quadrada de ordem I ($I = |X|$) de tal maneira que, para quaisquer $i, j = 1, \dots, I$, $a_{ij} = \bigcup_k (\alpha_{ij})_k$, onde*

$$(\alpha_{ij})_k = \begin{cases} (V_k \setminus \{x_i\}, W_k \setminus \{x_j\}, < E_k >), & \text{se } x_i \in V_k \wedge x_j \in W_k \\ \emptyset, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A matriz de adjacências relativa ao exemplo que aqui se apresenta, encontra-se na Tabela 2.4.

O livro Basu e Blanning [2006] apresenta-se como uma boa referência em matéria de metagrafos e suas aplicações.

2.1.2 Optimização Combinatória em Grafos

A Optimização Combinatória apresenta uma relevância crescente, quer pelo interesse teórico, quer pelo interesse prático resultante das inúmeras aplicações nas mais variadas áreas. Problemas como o da Mochila, do Caixeiro Viajante ou o da Coloração de Mapas são apenas alguns dos muitos exemplos de problemas que poderiam ser dados. De forma muito simplificada, pode dizer-se que, num problema de optimização combinatória se pesquisa a melhor solução, num número finito, geralmente muito grande, de alternativas. Dito desta maneira parece tarefa simples. Para muitos problemas de optimização combinatória, uma centena de variáveis binárias (0 ou 1) será suficiente para que um computador, por muito rápido que seja, ocupe muitos séculos de cálculo para enumerar as soluções ou encontrar uma solução óptima.

2.1.2.1 Introdução

Muitos dos Problemas de Optimização consistem na pesquisa da melhor configuração de um conjunto de variáveis de maneira a atingir determinado objectivo. Estes problemas aparecem divididos em dois grandes grupos: aquele em que as variáveis apresentam valores reais e um outro em que às variáveis são atribuídos valores discretos. Dentro dos de variáveis discretas encontra-se a classe dos Problemas de Optimização Combinatória, Wolsey [1998].

Definição 2.1.19 *Dado um conjunto finito $N = \{1, \dots, N\}$, pesos c_j , $\forall j \in N$, e um conjunto \mathfrak{F} de subconjuntos admissíveis de N . O problema de encontrar o subconjunto admissível de peso mínimo é um Problema de Optimização Combinatória (COP).*

$$(COP) \quad \min_{S \subseteq N} \left\{ \sum_{j \in S} c_j : S \in \mathfrak{F} \right\}$$

Tabela 2.4: Matriz de adjacências do metagrafo apresentado

[illegible]

Resolver um Problema de Optimização Combinatória corresponde a encontrar um valor $s^* \in S$ que torne mínimo (ou máximo) o valor da função objectivo, f . Dito de outra forma, corresponde a encontrar $s^* \in S$ tal que $f(s^*) \leq f(s)$ (ou $f(s^*) \geq f(s)$), $\forall s \in S$.

2.1.2.2 Diferentes abordagens de solução

Os Algoritmos Exactos e os Algoritmos Aproximados são diferentes abordagens na solução de Problemas de Optimização Combinatória. Se, por um lado, os Exactos apresentam a vantagem de garantia de encontrar, em instâncias de tamanho finito, a solução óptima, os Aproximados não apresentam essa garantia mas são, em contrapartida, mais rápidos na obtenção de soluções. Os Algoritmos Exactos poderão exigir um “tempo computacional exponencial”.

No que se refere aos Algoritmos Aproximados, há dois tipos de métodos que são habitualmente considerados: os métodos construtivos e os métodos de pesquisa local. Os primeiros são usados na obtenção de soluções iniciais, habitualmente, mais rápidos embora com piores soluções. Os segundos usam as soluções iniciais tentando melhorá-las atendendo à definição de vizinhança pré-estabelecida, Blum e Roli [2003].

Outro tipo de Algoritmos Aproximados são as conhecidas Meta-heurísticas. A palavra resulta da união de duas palavras de origem grega: “heurística”, a arte de descobrir novas estratégias para resolver um problema e o sufixo “meta” que significa uma metodologia de alto nível. O termo “Meta-heurística” foi usado, pela primeira vez, por Fred Glover, nos anos 80 do século passado. Um tutorial pioneiro sobre algumas das Meta-heurísticas mais comuns pode ser encontrado em Pirlot [1996].

Diferentes Meta-heurísticas surgiram por inspiração do que se observa na natureza. Há Meta-heurísticas que reflectem o comportamento dos enxames de abelhas ou de formigas, bandos de aves ou de morcegos

ou até mesmo o comportamento do percurso dos rios até ao mar ou das raízes das árvores na procura de água. Mas também há algoritmos que, para além da componente genética, “mimetizam” o comportamento social na aprendizagem resultante do seguimento de um líder ou algoritmos que se inspiram nas leis gravitacionais ou na termodinâmica. O mundo das Meta-heurísticas é de tal maneira fascinante que até mesmo famosos escritores, como Michael Crichton, no seu livro de ficção científica *As Presas* descreve, nestes termos, alguns conceitos relacionados com “genética e enxames”. Os Algoritmos Meméticos por serem abordados posteriormente serão apresentados de maneira um pouco mais detalhada na Subsecção 2.1.2.4.

Nos últimos anos, têm surgido diferentes trabalhos que procuram juntar, articular, as duas vertentes Exacta e Aproximada. Puchinger e Raidl [2005] apresentam uma taxonomia da forma de combinar Algoritmos Exactos com Meta-heurísticas. Estes autores consideram, num primeiro nível, dois grandes grupos de combinações entre as duas abordagens:

- **combinação colaborativa** - há troca de informação entre os dois tipos de algoritmos sem que um se torne parte integrante de outro;
- **combinação integradora** - há um algoritmo que é dominante (que tanto pode ser o exacto como a meta-heurística) e o outro que lhe é subordinado, fazendo parte integrante do primeiro.

Combinação colaborativa

Dentro das combinações colaborativas, são consideradas duas possibilidades distintas. Sem que um algoritmo seja dominante em relação ao outro, a execução de ambos poderá ser sequencial ou então de forma paralela ou entrelaçada.

Combinação integradora

Também aqui são descritas duas situações distintas. Os algoritmos exac-

tos podem ser integrados nas meta-heurísticas ou, pelo contrário, as meta-heurísticas poderão ser integradas nos algoritmos exactos.

Qualquer uma destas combinações aparece descrita em Puchinger e Raidl [2005]. Os autores apresentam igualmente, um número significativo de exemplos, das diferentes abordagens aludidas na literatura.

A combinação de técnicas, hibridização, tem sido prática comum ao longo dos últimos anos especialmente no campo das meta-heurísticas, Maniezzo et al. [2010] e Talbi [2013]. Mais recentemente, surgiu um tipo de hibridização específica entre métodos exactos e (meta)heurísticas a que se deu o nome de Mate-heurísticas, Maniezzo et al. [2010] e Salassa [2011].

A produção científica tem crescido nos últimos anos em torno desta temática reflectindo-se no aumentado o número de encontros internacionais como o *International Workshop on Hybrid Meta-heuristics* que em Junho de 2014 contará com a sua 9ª edição ou o *Matheuristics - International workshop on model based metaheuristics* que se realiza de dois em dois anos.

Numa outra vertente, em Ferreira [2013], também é investigada e sugerida a utilização de Multimetodologia em Meta-heurísticas, em particular pela integração de métodos “soft” e “hard”.

O diagrama representado na Figura 2.11 procura organizar os principais métodos de optimização combinatória e as suas ligações.

2.1.2.3 Complexidade computacional

O tema da complexidade computacional está sempre associado aos problemas de optimização combinatória e à sua resolução. Um problema diz-se pertencer à classe P se existir um algoritmo que, em tempo polinomial, o consiga resolver, em oposição a um problema não-P. Existe, no entanto, uma classe intermédia de problemas, a classe NP (problemas não deterministas polinomiais) onde a solução poderá não ser polinomial

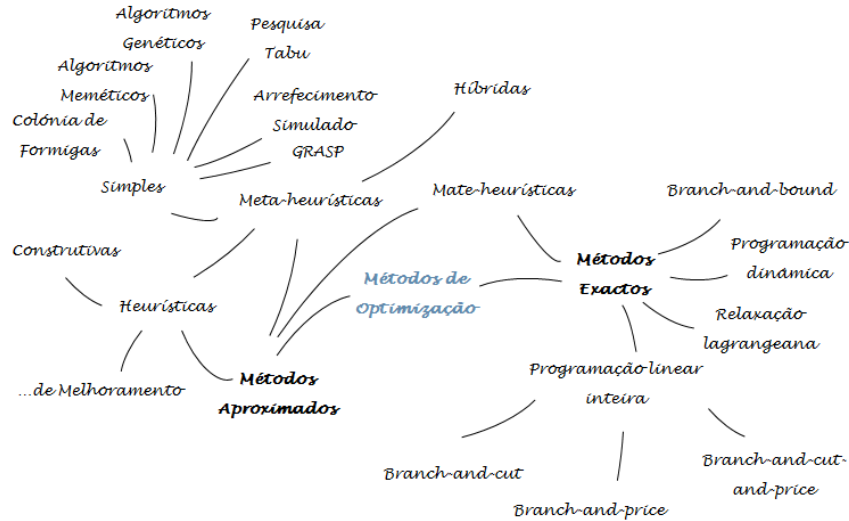


Figura 2.11: Principais Métodos de Otimização

mas onde a verificação de uma solução é polinomial. Dentro dos problemas NP existe uma classe de problemas os NP-completos. Sendo que se pode encontrar, em tempo polinomial, a solução de qualquer problema NP a partir da solução de qualquer problema NP-Completo, Wiitala [1987].

Muitos autores têm referido, ao longo dos últimos anos, o facto de os problemas com que trabalham pertencerem à classe dos problemas NP-Completo ou NP-difíceis os conduzirem para resoluções por métodos aproximados. Mas nem todos os investigadores dão demasiada importância, do ponto de vista prático, a esta classificação dos problemas. Por exemplo, Goulimis [2007] apresenta algumas razões que o levam a discordar de tal visão. Entre as razões apresentadas uma delas refere-se ao facto de problemas conhecidos como NP-completos poderem ser resolvidos até à optimalidade para instâncias de dimensão elevada. O autor refere que esta dimensão ultrapassa as necessidades encontradas em situações práticas, apresentando como excepção a criptografia. Outra razão prende-se com a questão de base e que continua a ser, em pleno

século XXI, uma das grandes questões matemáticas ainda sem resposta:
 $P \neq NP$?

2.1.2.4 Algoritmos Meméticos

“Um exército de ovelhas liderado por um leão derrotaria um exército de leões liderado por uma ovelha.”

(Provérbio africano)

Os Algoritmos Meméticos (AM) são algoritmos do tipo *populacional* por fazerem pesquisa numa população de indivíduos ao invés daqueles que, em cada iteração, se limitam a pesquisar um indivíduo da vizinhança. Iteração após iteração, não se constrói uma única trajectória de pesquisa mas uma “família de trajectórias” guiadas por um líder.

O nome destes algoritmos foi motivado pela noção de *meme* e, como se pode ler em *The Selfish Gene*, escrito por Richard Dawkins em 1990:

“Examples of memes are tunes, ideas, catch-phrases, clothes fashions, ways of making pots or of building arches. Just as genes propagate themselves in the gene pool by leaping from body to body via sperms and eggs, so memes propagate themselves in the meme pool by leaping from brain to brain via a process which, in the broad sense, can be called imitation”.

A ideia que serve de base a este processo assenta em tentar incluir algum *conhecimento* na resolução de problemas. Aqui, trabalha-se com o conceito de *unidade de imitação* que circula como transmissão cultural, da mesma forma que as pessoas trocam ideias.

Os AMs, além da evolução genética, utilizam o conceito de evolução cultural. A informação não necessita de ser transmitida por indivíduos da “mesma família” podendo passar entre quaisquer indivíduos da população. Por esta razão, espera-se que seja transmitida de forma mais

rápida e flexível que a genética. No essencial, os AMs podem ser interpretados como uma estratégia de **cooperação/competição** dos agentes optimizadores (Norman e Moscato [1989]). De uma forma geral, num AM, um determinado número de indivíduos distintos, dispostos numa determinada topologia, competem e cooperam entre si durante o processo de pesquisa. Moscato [1989] explica a situação da forma que se segue. Dada uma representação para um problema de optimização, um certo número de indivíduos é criado. Pode ser desenvolvida uma heurística para inicializar a população. Posteriormente, sobre cada indivíduo é feita pesquisa local. O mecanismo de pesquisa local pode levar a um óptimo local (tendo em conta o custo da função objectivo) ou a melhorar a solução até um nível pré-determinado. Depois disto, cada indivíduo depois de atingir determinada maturidade, vai interagir com os outros membros da população. Esta interacção pode ser competitiva ou cooperativa. O comportamento cooperativo pode ser entendido como uma troca de informação tal como o mecanismo de recombinação nos Algoritmos Genéticos (AGs); já o comportamento competitivo é semelhante ao processo de selecção nos AGs.

Os AMs podem ser vistos como AGs com um operador de pesquisa local que agrega informação memética, ou seja, depois das fases de recombinação e mutação, é aplicada pesquisa local aos resultados.

Segundo Buriol et al. [1999] há algumas características que são essenciais e que uma boa implementação deve conter:

1. bons operadores de recombinação e mutação - inerente a qualquer AG;
2. um algoritmo de pesquisa local rápido e efectivo;
3. uma população estruturada hierarquicamente;
4. mecanismos de codificação e estrutura de dados.

Mais desenvolvimentos sobre AMs podem ser encontrados em Rodrigues [2005].

Em Rodrigues e Ferreira [2012] é apresentada uma aplicação de AMs a problemas de rotas em arcos particulares.

2.2 Sectores

2.2.1 Introdução

De uma forma muito simples, pode dizer-se que os Problemas de Sectorização (PS) aparecem relacionados com situações onde, perante uma grande região, se pretende dividi-la em regiões mais pequenas que respeitem algumas condições específicas. Olhando para a Teoria de Conjuntos, pode dizer-se que, geralmente, uma Sectorização corresponde a uma partição dum conjunto. Ou seja, perante um conjunto A , pretende-se obter k subconjuntos $A_i \neq \emptyset, i = 1, \dots, k$, que obedecem às seguintes condições:

- Se $i \neq j$ então $A_i \cap A_j = \emptyset$;
- $\bigcup_i A_i = A$.

Os PS aparecem, na literatura, relacionados com um vasto leque de aplicações. Há Sectorização relacionada com divisões políticas de regiões, Hess et al. [1965], mas também há PS associados a problemas diversos como o da definição de território de vendas, Hess e Samuels [1971], ou à tarefa de espalhar o sal, Muyldermans et al. [2002a] ou ainda na divisão de territórios para posterior recolha de resíduos sólidos urbanos, Nunes [2009].

Nos PS há, de uma maneira geral, três características fundamentais que, sendo quase transversais à sua aplicação, importa preservar na construção dos sectores. São elas:

1. **Equilíbrio** - necessidade que as partes apresentem idênticas proporções do todo;
2. **Compacidade** - conveniência que os sectores apresentem formas regulares como círculos ou quadrados evitando “tentáculos” ou formas em *boomerang* ou em “U”;

3. **Contiguidade** - a adjacência entre os elementos de cada sector formando, cada um, um único “corpo”, evitando que um sector se “parta” em pequenas porções.

No que diz respeito à revisão da literatura, as teses de Doutoramento de Muyldermans [2003] e, mais recentemente, Nunes [2009], apresentam-se como excelentes referências.

2.2.2 História e enquadramento

A divisão de um território, só por si, tem sido preocupação da Humanidade desde tempos longínquos.



Figura 2.12: Mapa do Tratado de Tordesilhas

Talvez a maior divisão territorial e mais antiga de que há memória tenha sido a obtida pelo Tratado de Tordesilhas, assinado em 1494 por Portugal e Castela, ver Figura 2.12. As descobertas de Colombo e, em parte, a “necessidade de diferenciar, em termos espaciais, a expedição de Colombo das dos Portugueses” (Fonseca [2005]) serviram de mote a esta divisão. O mundo, embora não conhecido na sua totalidade, foi dividido em duas partes. Uma linha imaginária que passava a 370 léguas a Oeste do Arquipélago de Cabo Verde,

dividia o globo. A Portugal pertenceriam as terras a Este dessa linha como se pode constatar a seguir:

“[...] que se faça e assine pelo dito mar oceano uma raia ou linha direita de pólo a pólo, a saber, do pólo ártico ao pólo antártico, que é de norte a sul. A qual raia ou linha se haja de dar e dê direita, como dito é, a 370 léguas das ilhas de Cabo Verde para a parte do poente [...]”

[In Tratado de Tordesilhas, 1494 (Fonseca [2005])]

O objectivo desta partição do globo em duas partes promovia o alívio de alguma tensão entre as partes envolvidas. Com o conhecimento que existe, na actualidade sobre a geografia terrestre, a divisão seria a apresentada na Figura 2.13. Curiosamente e olhando para as características anteriormente enumeradas, os dois “sectores” assim obtidos apresentam

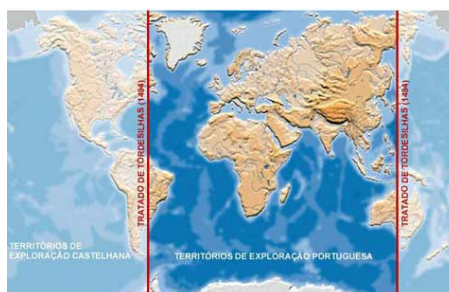


Figura 2.13: Mapa “actual” do Tratado de Tordesilhas

boas propriedades ao nível da compacidade e da contiguidade. Relativamente ao equilíbrio, entendido como descrito na página 34, e à luz do Século XV, nada se pode afirmar pois, no momento da assinatura deste tratado, e como já foi referido, tratava-se, em parte, de uma “divisão do desconhecido”.



Figura 2.14: Elbridge Gerry

Outro caso conhecido da História relata a redefinição de distritos com o intuito de obtenção de vantagem eleitoral. Em 1812, Elbridge Gerry (retratado na Figura 2.14), governador de Massachusetts, um democrata-republicano, para obter vantagem política e assim tentar vencer as eleições teve apoio político na formação dos distritos.

A Figura 2.15, um *cartoon* da época, retrata um

dos distritos Massachusetts com forma de abutre que espelha a reacção, por parte dos federalistas (opositores a Elbridge Gerry), às eleições.



Figura 2.15: Cartoon da época que retrata um distrito em Massachusetts

A semelhança do mapa obtido com a forma de uma salamandra, em inglês *salamander*, fez surgir a expressão *Gerrymandering* (*Gerry* + [sala]mander+ *ing*) que, ainda hoje, é usada quando se verifica a manipulação na divisão do território. Na maioria dos casos, este termo está associado a uma conotação negativa.

Não sendo novo o acto de “partir” uma região em regiões mais pequenas (sectores), o problema aparece descrito, pela primeira vez, na literatura, ligado à divisão de um território segundo “políticas distritais” em Hess et al. [1965].

2.2.3 Aplicações e métodos de soluções

Os PS surgem, na literatura, relacionados com um grande número de aplicações práticas. Há Sectorização em questões puramente admi-

nistrativas, comerciais e até mesmo na área dos serviços, Figura 2.16.

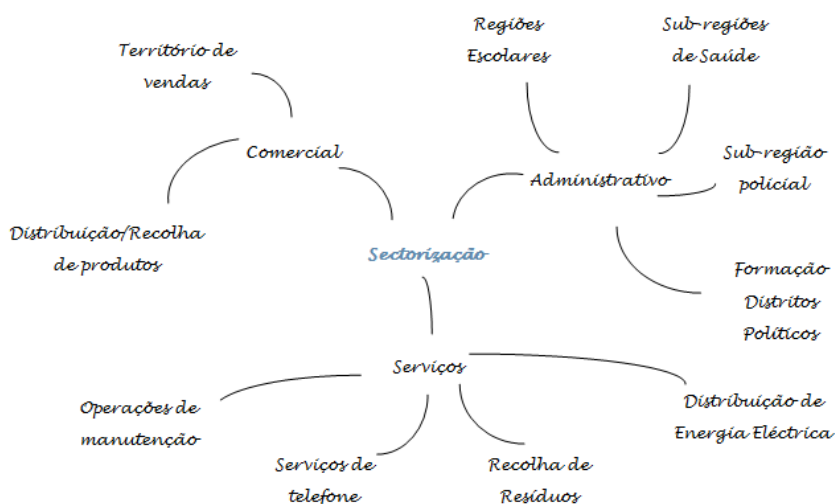


Figura 2.16: Aplicações de Problemas de Sectorização

A agregação de dados em sectores (sectorização) e a formação de *clusters* (*clustering*) parecem ser nomes diferentes para a mesma acção: ambos se centram no acto de “agrupar” elementos de um conjunto em subconjuntos. No entanto, os paradigmas nos quais assentam são bem diferentes. Ao agrupar os dados em *clustering* pretende-se que, por um lado, a semelhança entre elementos do mesmo grupo seja grande mas, por outro lado, que as dissemelhanças entre grupos seja o maior possível. Ao que já foi referido sobre as características dos sectores faz sentido acrescentar que, enquanto os *clusters* se preocupam com a homogeneidade dentro do grupo, a sectorização preocupa-se com a homogeneidade entre grupos, Kalcsics et al. [2005].

De uma forma muito sucinta, e seguindo a linha descrita em Tavares-Pereira et al. [2007], pode dizer-se que as abordagens de resolução a um PS classificam-se de acordo com o esquema apresentado na Figura 2.17.

Segundo Pereira et al. [2009], ao longo das últimas décadas foram muitos os investigadores que desenvolveram modelos, implementaram

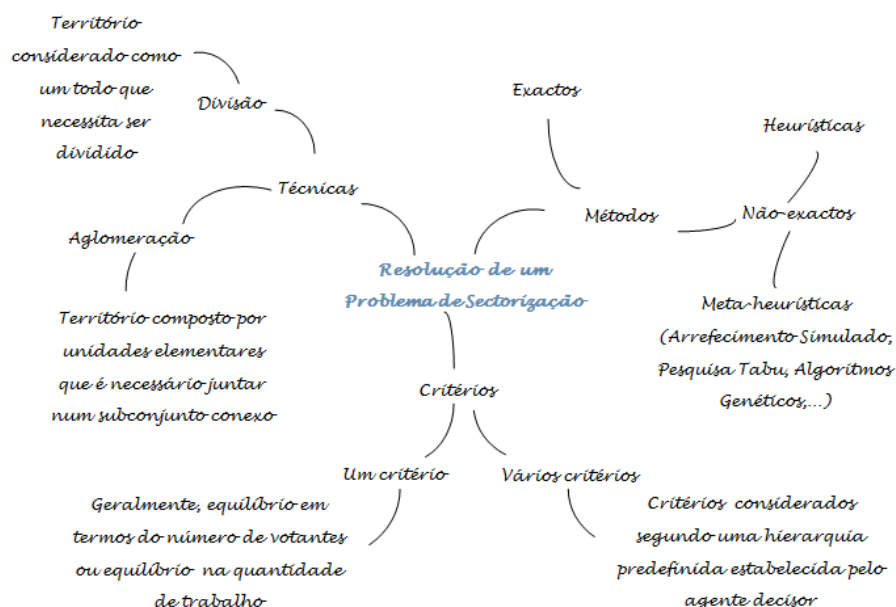


Figura 2.17: Diferentes abordagens num Problema de Sectorização

algoritmos e construíram soluções para o PS. Sem uma aplicação específica, nesse mesmo artigo, os autores propõem três medidas na comparação (compatibilidade, inclusão e distância) entre diferentes divisões dum mesmo “território” definido como grafo conexo, planar e não direccionado.

Em Kalcsics et al. [2005] é apresentada uma revisão da literatura existente até à data em aplicações de desenho territorial e soluções sugeridas para esses mesmos problemas. O problema de sectorização aparece resolvido de forma genérica por duas heurísticas: a primeira baseada no princípio de localização-alocação e uma outra baseada em métodos geométricos.

Seguidamente, serão referidas, sucintamente, algumas das aplicações dos PS. Na Tabela 2.5 serão apresentadas, as listagens das referências mais relevantes, distribuídas pelas diferentes áreas dos PS aqui consideradas. Neste âmbito salienta-se o trabalho desenvolvido por Ana Catarina Nunes na sua tese de Doutoramento, Nunes [2009].

2.2.3.1 Sectorização na área administrativa

Definição de distritos políticos

Este tipo de sectorização ocorre, muitas vezes, pela necessidade de estabelecer assembleias cujos elementos são eleitos pelos cidadãos eleitores das diferentes regiões. São vários os artigos disponíveis na literatura que reflectem esta necessidade.

Na formação dos distritos políticos, Hess et al. [1965] referem preocupações relacionadas com a contiguidade (cada distrito deveria ser formado por uma única parcela da terra), com a compacidade (os sectores deveriam apresentar-se como compactos, a que os autores apelidam de *consolidados* como contrário de *dispersos*) e com a equidade populacional (o número de votantes por distrito deveria ser semelhante). As mesmas características são mencionadas em Garfinkel e Nemhauser [1970] e tidas em consideração em duas fases distintas.

No entanto, estes não são os únicos critérios a ter em conta nesta divisão territorial. Bozkaya et al. [2003] juntam outros como, por exemplo, o respeito pelas fronteiras naturais, pela homogeneidade sócio-económica ou pela integridade das comunidades evitando que uma mesma comunidade fique dividida por diferentes distritos.

Em Coate e Knight [2007] estabelece-se uma relação óptima entre os assentos parlamentares e os votos, definida por uma curva. Os autores apresentam uma metodologia empírica que aplicam para analisar os distritos formados em eleições dos anos 90 do século passado.

As abordagens a esta problemática são diversas na literatura. Por exemplo, Mehrotra et al. [1998] recorrem a uma heurística de geração de colunas, enquanto métodos ligados a física estatística são aplicados em Chou e Li [2006] e em Chou e Li [2007]. Também conhecidas meta-heurísticas como a Pesquisa Tabu (Bozkaya et al. [2003]) ou os Algoritmos Genéticos (Bação et al. [2005]) constam da lista dos métodos utilizados para lidar com a problemática da definição de distritos polí-

ticos.

Kalcsics et al. [2005] apresentam características transversais aos problemas de definição de distritos políticos que aparecem descritas na literatura. Segundo estes, os critérios que têm sido considerados em problemas do género giram em torno de três situações distintas, nomeadamente representam critérios de cariz político, demográficos e geográficos, ver Figura 2.18.

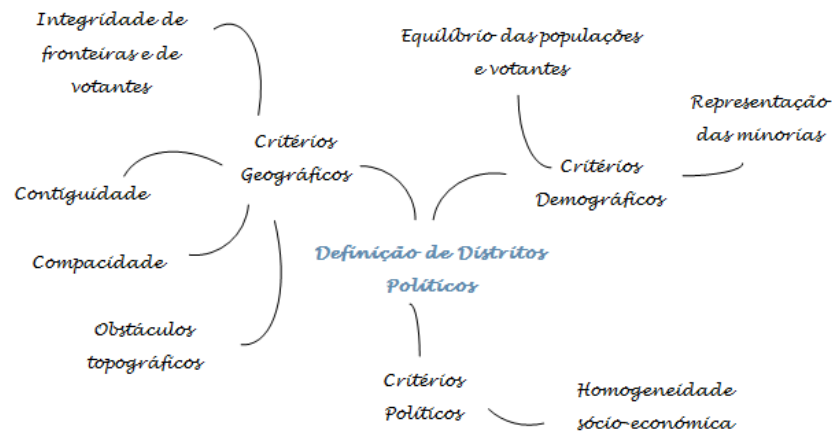


Figura 2.18: Critérios mais comuns na definição de distritos políticos

Critérios de ordem demográfica envolvem situações relacionadas com equidade entre sectores evitando que um voto de um cidadão possa ter mais “poder” do que o de outro só por se encontrarem em diferentes distritos. Ainda a salientar, dentro dos critérios demográficos, a importância de as minorias estarem representadas. Nos critérios geográficos são tomadas características como a compacidade, a contiguidade ou a proximidade com distritos eleitorais pré-existent. Estes incluem ainda obstáculos topográficos como montanhas ou grandes quantidades de água. Por último, os critérios políticos. A este nível é considerada

a homogeneidade sócio-económica entre os distritos para garantir uma melhor representação de residentes que partilham um mesmo ponto de vista.

Grilli di Cortona et al. [1999] apresenta-se como uma boa referência sobre o tema sendo, como tal, referido por diversos autores.

Definição de regiões em cuidados de saúde e serviços de urgência médica

Em cuidados de saúde interessa dividir determinada região em zonas mais pequenas de maneira a assegurar, à população em causa, uma divisão equilibrada pelos recursos existentes. Questões relacionadas com a procura e a capacidade de resposta dos hospitais, medidas em termos do número de camas de hospital, são tidas em conta em Pezzella et al. [1981].

Cockings e Martin [2005] referem a grande influência, em estudos ambientais e de saúde, do design das áreas geográficas quando consideradas como unidades de análise. Estes autores concluem que um design de zonas para análise por agregação automática poderá ser muito mais vantajoso do que as zonas usualmente definidas como as resultantes do Census 1991.

Ainda no campo dos serviços de saúde mas, desta vez, ligados aos cuidados de saúde domiciliária, Benzarti et al. [2012] analisam, igualmente, o problema da divisão do território. A obtenção de sectores compactos, balanceados em termos do número de profissionais de saúde atribuídos e as distâncias percorridas por estes até aos pacientes são, neste artigo, tidos como critérios.

O problema da “partição geográfica” em que a cada parte (formada pela agregação de áreas elementares indivisíveis) deverá estar atribuída uma fonte de determinado serviço social é descrito por Minciardi et al. [1981].

Iannoni et al. [2009] aplicam um estudo a duas regiões do Brasil que combina a decisão da escolha da localização de ambulâncias ao longo de uma auto-estrada com a área de cobertura (sector) associada a cada ambulância. Pretende-se aqui minimizar o tempo de resposta das ambulâncias e combater o desequilíbrio de cobertura existente.

Definição de regiões de policiamento e serviços de emergência a acidentes e incêndios

A sectorização em serviços urbanos de emergência em incêndios é abordada em Bertolazzi et al. [1977]. Os autores conseguem uma diminuição do tempo despendido nos percursos efectuados pelo serviço de bombeiros de Roma. Marianov and Fresard [2005] para o sistema prisional chileno, propuseram um modelo para a localização e o dimensionamento de um determinado número de novas prisões. Assim, como a sectorização das prisões novas e antigas com o objectivo de minimizar o custo do sistema.

D’Amico et al. [2002] apresentam o problema de “redesenho” das fronteiras dos comandos policiais, considerando restrições de contiguidade, compacidade, convexidade e tamanho dos sectores formados. Restrições relacionadas com a qualidade do serviço, medida pelo tempo de resposta dos serviços de emergência são também estudadas.

O problema do desenho de sectores e alocação de patrulhas marítimas é modelado e resolvido em Lunday et al. [2012]. Os objectivos mencionados neste artigo envolvem o equilíbrio entre sectores, a compacidade avaliada em termos de extensão do sector (medido pelo tempo por ser dependente da velocidade da embarcação), o tempo que as embarcações demoram entre os portos e suas áreas de patrulha.

Também Geroliminis et al. [2011] tocam o problema da divisão de uma região em regiões mais pequenas num estudo sobre a resposta de veículos de apoio a acidentes, como os reboques. Estes veículos são estrategicamente distribuídos pela rede de estradas. O objectivo passa,

numa primeira fase, pela partição da área em estudo e determinação, em paralelo, do número de unidades móveis necessário para só depois, numa segunda fase, decidir sobre a localização dessas unidades em cada sub-região.

Definição de regiões escolares

A sectorização, vista em ambiente escolar, pode ser entendida como o agrupamento de pequenas regiões geográficas em grupos ou sectores de maneira a minimizar alguma distância ou custo com algumas imposições adicionais. Os modelos apresentados têm duas características comuns: as regiões onde os alunos vivem devem ter escolas atribuídas e as capacidades das escolas não podem ser ultrapassadas, Caro et al. [2004]. Os objectivos, nos diferentes modelos apresentados, passam pela minimização das distâncias entre as residências e as escolas mas também há casos em que factores como o equilíbrio racial são tidos em consideração. Ferland e Guénette [1990] apresentam um sistema de apoio à decisão usado para ajudar a administração escolar na “divisão” das crianças pelas diferentes escolas. Schoepfle e Church [1991] formulam um modelo de programação linear para a sectorização que minimiza as distâncias percorridas por todos os alunos até às respectivas escolas. As escolas, por seu turno, dispõem de capacidade limitada para o número de alunos (como habitualmente) impondo igualmente características relacionadas com o equilíbrio racial, Caro et al. [2004].

Takashi e Yukio [2003] propõem um método de sectorização em ambiente escolar usando sistemas de informação geográfica. As restrições incluem medidas como: o número de escolas; a distância máxima entre estudantes e escolas e o número máximo de alunos que atravessam artérias principais no percurso até à escola.

Um sistema de apoio à decisão é descrito em Armstrong et al. [1993]. Este sistema permite que a administração escolar possa analisar possíveis

reagrupamentos e o desenvolvimento de novas soluções.

Caro et al. [2004] apresentam uma boa revisão da literatura, até à data. Os mesmos autores referem algumas propriedades a que, segundo eles, uma “boa” sectorização escolar deverá obedecer.

2.2.3.2 Sectorização na área dos serviços

Distribuição de energia eléctrica

A passagem do mercado regulado, uma situação de monopólio para o mercado livre, tem ocorrido em muitos países no que diz respeito à distribuição de electricidade. Em Bergey et al. [2003a] e Bergey et al. [2003b] é apresentado, neste contexto, o problema da sectorização com aplicação à República do Gana. A ideia aqui subjacente passa por dividir o território em unidades operacionais consistentes com um apropriado desenho de mercado (Bergey et al. [2003a]). Segundo os mesmos autores, uma segmentação “óptima” dará, às unidades básicas de negócio (sectores), uma igual oportunidade de se tornarem rentáveis e atractivas quer para investidores, quer para consumidores. Na avaliação dos sectores, factores como equilíbrio e compacidade são tidos como objectivo.

Recolha de Resíduos Sólidos

A questão da recolha de resíduos é tema do artigo apresentado por Male e Liebman [1978]. Neste trabalho, os autores apresentam uma situação onde ruas, sem restrições de sentido, são agrupadas em sectores. A quantidade de resíduo a recolher em cada sector não deverá ultrapassar a capacidade do veículo. O objectivo passa por minimizar o custo total associado à travessia de ruas revisitadas ou ruas onde a recolha não é requerida. Hanafi et al. [1999] apresentam um problema de sectorização em que o objectivo é o de dividir, numa primeira fase, uma determinada região num número pré-determinado de sectores. Depois de obtidos, em cada um são construídas rotas dos veículos colectores. Pretende-se que os

tempos de recolha nos diferentes sectores seja equilibrado. O tempo despendido em cada sector i deverá estar contido no intervalo pré-definido $[T_{min}, T_{max}]$ e o mais perto possível de um valor “alvo” $T^* \in [T_{min}, T_{max}]$. Os autores apresentam ainda uma terceira função objectivo relacionada com o número de componentes conexas em cada sector que deverá ser tão pequeno quanto possível. Mourão et al. [2009] propõem duas heurística e uma heurística de melhor inserção numa situação de recolha de resíduos “porta-a-porta”.

Serviços de telefone

Em Segal e Weinberger [1977], com intuito de aumentar a motivação entre os trabalhadores que efectuam a instalação e a reparação de telefones, os autores sugerem uma divisão do território em regiões mais pequenas onde cada funcionário ficar totalmente responsável por todos os trabalhos dentro da região que lhe for atribuída (ou *turf*).

Operações de manutenção

Muitos dos artigos disponíveis na literatura sobre sectorização relacionados com operações de manutenção referem-se à situação particular da limpeza de ruas por queda de neve.

A queda de neve, em algumas cidades, é de tal maneira intensa que pode causar constrangimentos às populações, a diversos níveis. Um exemplo desses mesmos constrangimentos prende-se com a normal circulação viária: a acumulação de neve nas estradas impede a habitual circulação dos veículos.

Os custos relacionados com a limpeza e transporte da neve para depósitos são responsáveis pelo aumento dos custos relacionados com a manutenção durante os meses de mais frio, em regiões mais fustigadas por Invernos mais rigorosos. Este tema foi já abordado por um grupo significativo de autores.

Salazar-Aguilar et al. [2012] introduzem um problema de rotas em arcos para operações de limpeza de neve onde é considerada a sincronização de veículos em estradas com duas ou mais faixas na mesma direcção. Uma formulação de Programação Linear Inteira Mista é apresentada bem como uma heurística. São testadas instâncias artificiais mas também é apresentada uma aplicação real baseada na cidade de Dieppe, no Canadá. A manutenção de estradas, durante o Inverno, ligada não só à limpeza de neve mas também ao acto de espalhar sal, é descrita como aplicação em muitos artigos. Ao longo de um “mega-artigo” composto por quatro partes, Nathalie Perrier, André Langevin e James F. Campbell descrevem modelos e algoritmos na manutenção de estradas. Em Perrier et al. [2006a] é abordada a política de serviço e o problema do design de sectores em operações ligadas aos actos de espalhar sal e de limpeza das ruas. Já a segunda parte, Perrier et al. [2006b], para além de incluir a partição da rede viária em sectores, engloba a localização dos pontos de descarga de neve, a alocação dos sectores a esses pontos de descarga bem como a alocação dos sectores a companhias privadas ou agências governamentais. Perrier et al. [2007c], o terceiro dos quatro artigos, apresenta modelos de optimização e algoritmos para a resolução do problema das rotas dos veículos no que diz respeito ao acto de espalhar o sal. O problema da localização dos depósitos de veículos e dos materiais é também referido neste último artigo. Por último, em Perrier et al. [2007d], é apresentada uma lista exhaustiva de modelos de optimização e metodologias usadas na solução do problema de rotas de veículos em situações relacionadas com operações de limpeza de Neves. São igualmente revistos modelos de dimensionamento de frotas e problemas de reposição de frotas. Também em Muyldermans et al. [2002b] o problema de espalhar sal na limpeza das estradas é tratado. Cada sector contém um depósito com uma localização pré-definida de onde deve partir e chegar todas as rotas do sector. Entre as características

que um “bom sector” deve ter, encontram-se: dar origem a “boas rotas”, ser equilibrado, compacto e centrado em relação ao depósito. Os autores apresentam uma aplicação real ao caso de Antuérpia.

Labelle et al. [2002] tratam a questão da remoção e deposição de neve apresentando modelos e algoritmos eficientes para a partição de uma cidade em sectores e para a atribuição de depósitos aos sectores. O sistema desenvolvido foi aplicado à cidade de Montreal.

Ainda em operações relacionadas com a manutenção de estradas, em Perrier et al. [2008b] é apresentado um modelo e duas abordagens heurísticas para a partição da rede viária e alocação dos sectores aos locais de deposição de neve. Foram tidas em atenção questões como: a contiguidade, o equilíbrio e a forma dos sectores.

2.2.3.3 Sectorização na área comercial

Definição de territórios de venda

Hess e Samuels [1971] apresentam algumas razões que poderão levar uma empresa a reformular as fronteiras das suas zonas de venda. Uma das razões prende-se com o aumento/diminuição do número de vendedores. Mesmo não havendo alteração no número de vendedores, a empresa poderá pretender uma maior cobertura do território. Mas há outros objectivos para além de uma boa cobertura do território. Será desejável que os territórios gerados sejam equilibrados em termos da quantidade de trabalho gerado e do potencial de venda. Permitindo o desequilíbrio entre sectores, os vendedores alocados a zonas com “menor potencial” poderão ter prestações inferiores por falta de motivação levando a que a empresa não aproveite o potencial apresentado pelos seus vendedores. A compacidade, medida pela soma dos quadrados das distâncias da unidade geográfica “à base” dos vendedores, é minimizada. Para além do equilíbrio entre as diferentes zonas, Hess e Samuels [1971] apresentam

ainda uma característica muito importante neste tipo de sectorização: as zonas obtidas serem compactas. Zonas mais compactas evitam que os vendedores percam demasiado tempo em viagens entre clientes concentrando o seu tempo nas vendas propriamente ditas. A alteração constante de fronteiras deverá ser algo a evitar. É importante que o vendedor conheça bem a sua zona de trabalho (sector). Reformulações constantes implicam custos acrescidos por inadaptação dos vendedores.

Easingwood [1973] aborda o tema da sectorização no processo de divisão do território em zonas de venda. O objectivo passa por avaliar os sectores - a qualidade dessas regiões é medida pelo equilíbrio entre as diferentes zonas - e posterior ajuste das fronteiras de maneira a conseguir uma maior uniformidade entre elas. Situações como os tempos de viagem não são tidas em consideração.

Em Shanker et al. [1975] é apresentada uma abordagem baseada em partição de conjuntos no desenho dos sectores. Como resultado, constroem uma matriz que especifica que vendedor atenderá que pedido e a frequência dos pedidos que maximiza o total das vendas em todos os territórios.

Já Zoltners e Sinha [1983] apresentam uma revisão da literatura e um modelo para o problema do desenho de zonas de vendas juntando pequenas regiões em zonas de venda de maiores dimensões.

Em Kalcsics et al. [2005] são listados alguns critérios que habitualmente são considerados em problemas de desenho de territórios de vendas: critérios organizacionais, critérios geográficos e, por fim, critérios relacionados com a actividade, ver Figura 2.19. Entre os critérios organizacionais, o número de territórios é factor a ter em consideração, quer quando se trata de um valor pré-definido quer quando é ele próprio um valor a encontrar. Também a agregação dos clientes em unidades de área básicas, com maior ou menor agregação, pode ter influência na redução da complexidade do problema. Em algumas aplicações, há áreas

básicas que deverão estar associadas exclusivamente a determinados territórios. Como os vendedores têm que visitar, regularmente, os seus territórios de venda, as localizações dos escritórios ou das residências dos vendedores são factores a ter em atenção no processo de desenho dos territórios. Os critérios geográficos envolvem, para além das questões anteriormente descritas como contiguidade ou compacidade, a acessibilidade. Consideram-se “boas acessibilidades” a existência, por exemplo, de auto-estradas entre os territórios ou a facilidade de acesso a transportes públicos dentro dos territórios. No último critério considerado, relacionado com actividade de venda propriamente dita, apresentam-se questões relacionadas com o equilíbrio entre sectores ao nível do trabalho realizado pelos vendedores, medido pelo trabalho nas vendas ou pelos tempos despendidos em viagens. A maximização do lucro é ainda um aspecto fundamental a ter em conta neste tipo de sectorização.



Figura 2.19: Critérios mais comuns na definição de zonas de venda

Distribuição/Recolha de produtos

O problema da distribuição e recolha de encomendas aparece descrito

em González-Ramírez et al. [2011]. Uma região é dividida em regiões mais pequenas (sectores), cada uma das quais deve ser servida por um veículo. O veículo deve partir de um local pré-definido, o depósito. Os objectivos estabelecidos por estes autores, passam por obter sectores compactos e equilibrados em termos da quantidade de trabalho gerado. É apresentado um modelo matemático bem como uma heurística, que combina GRASP com Lista Tabu. Os testes computacionais são feitos em instâncias inspiradas num caso real e em instâncias não reais geradas para fins comparativos.

Haugland et al. [2007] apresentam o problema da sectorização em situações relacionadas com o desenho de rotas em casos de procuras estocásticas. A justificação da necessidade da partição é referida pela importância dos condutores conhecerem bem, não só a região que lhes é atribuída mas também os clientes. Entrega de encomendas e de móveis enquadram-se dentro das possíveis aplicações apresentadas pelos autores. Numa primeira fase, as sub-regiões são definidas e só depois de se concretizarem as procuras, numa fase determinística, é que as rotas são planeadas.

2.2.4 Referências anotadas

Na Tabela 2.5 é apresentada uma listagem com algumas das principais referências e descrições sucintas atendendo à divisão considerada da sectorização em diferentes áreas. Alguns destes trabalhos são referenciados por serem trabalhos pioneiros outros por serem muito citados.

Aplicação	Métodos de solução e Referências
Área Administrativa	
Distritos Políticos	- Programação matemática na formação de um número fixo de distritos, quantidade de votantes entre valores pré-estabelecidos, compacidade dos sectores optimizada, sem garantia de contiguidade: Hess et al. [1965]
Continua.....	

Tabela 2.5 – Continuação	
Aplicação	Métodos de solução e Referências
	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmo com duas fases - 1ª fase geradas soluções admissíveis (contiguidade, compacidade e limite no equilíbrio) e 2ª fase encontrada cobertura que minimiza o desvio máximo em relação à média da população em cada distrito: Garfinkel e Nemhauser [1970] - Pesquisa tabu e memória adaptativa usadas numa só função multicritério englobando contiguidade, equilíbrio, compacidade e homogeneidade sócio-económica: Bozkaya et al. [2003] - Apresentação da curva <i>seat-vote</i>, medidos os ganhos de otimização na formação dos distritos e aplicação a caso real: Coate e Knight [2007] - Problema modelizado como partição em um grafos e apresentação de metodologia <i>branch-and-price</i>: Mehrotra et al. [1998] - Duas abordagens, uma de alocação local clássica combinada com técnicas de divisão óptimas e outra baseada num método novo em geometria computacional: Kalcsics et al. [2005] - Aplicados métodos de física estatística: Chou e Li [2006], Chou e Li [2007] - Algoritmos Genéticos: Bação et al. [2005]
Cuidados de Saúde e urgência médica	<ul style="list-style-type: none"> - Metodologia em duas fases para alocação ótima dos serviços de saúde disponíveis - 1ª fase determinação dos distritos hospitalares tendo em conta procura e capacidade e 2ª fase agregação dos distritos hospitalares tendo em atenção os limites populacionais em cada distrito: Pezzella et al. [1981] - Mostra-se utilidade de formar distritos, em estudos ligados à saúde e ao ambiente, usando dados agregados automaticamente por métodos de sectorização em vez das habituais zonas geográficas: Cockings e Martin [2005]
Continua.....	

Tabela 2.5 – Continuação	
Aplicação	Métodos de solução e Referências
	<ul style="list-style-type: none"> - Modelo em programação inteira mista do problema relacionado com os cuidados de saúde domiciliária tendo em atenção a indivisibilidade das unidades básicas, compacidade, equilíbrio entre os recursos humanos e compatibilidade e a minimização do tempo de viagem até aos pacientes: Benzarti et al. [2012] - Duas heurísticas na obtenção de agregações elementares preliminares e conjuntos <i>fuzzy</i> para classificar e ordenar as partições obtidas: Minciardi et al. [1981] - Incorporação do modelo hipercubo num algoritmo genético híbrido na escolha das localizações de ambulâncias e nas suas áreas de cobertura nas auto-estradas de forma a minimizar o tempo de resposta médio e o desequilíbrio de serviço entre ambulâncias: Iannoni et al. [2009]
Policimento e serviço de emergência a acidentes e incêndios	<ul style="list-style-type: none"> - Modelo matemático com variáveis binárias, função objectivo definida pelo tempo total dispendido na região (aplicação ao serviço de bombeiros de Roma): Bertolazzi et al. [1977] - Formulação em optimização inteira mista num problema que envolve localização, capacidades e sectorização de estabelecimentos prisionais: Marianov and Fresard [2005] - Sectorização para a definição de fronteiras de comando policial com restrições de contiguidade, compacidade, convexidade, tamanho e tempo de resposta à chamada (qualidade do serviço) com recurso <i>simulated annealing</i>: D'Amico et al. [2002] - Optimização de uma função objectivo multi-critério que minimiza uma combinação ponderada de medidas proporcionais de navios entre portos de origem e sectores de patrulha, a quantidade de trabalho em cada sector e a extensão do sector. Contiguidade assegurada com programação inteira mista e propostos 3 métodos alternativos de solução: Lunday et al. [2012]
Continua.....	

Tabela 2.5 – Continuação	
Aplicação	Métodos de solução e Referências
	<ul style="list-style-type: none"> - Integração de modelo hipercubo, um modelo de localização e algoritmos genéticos num problema de tempo de resposta a acidentes e localização de unidades de apoio (reboques e veículo de reparações): Geroliminis et al. [2011]
Regiões Escolares	<ul style="list-style-type: none"> - Sistema de apoio à decisão para administradores na definição dos territórios escolares: Ferland e Guénette [1990] - Modelo de fluxo com restrições adicionais: Schoepfle e Church [1991] - Sistema de apoio à decisão espacial, utilizando um sistema de informação geográfica com dados sobre a localização das residências dos estudantes e o mapa digital de estradas: Armstrong et al. [1993] - Uso de sistema de informação geográfica em situações onde são considerados diferentes níveis de ensino, ou seja, qualquer zona referente a uma escola de ensino básico pertence a uma zona de ensino secundário: Takashi e Yukio [2003] - Sistema de informação geográfica comercial com um modelo de optimização exacta: Caro et al. [2004]
Área dos Serviços	
Distribuição Eléctrica	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmo híbrido (SAGA - Simulated Annealing Genetic Algorithm) na resolução da formulação multi-critério apresentada: Bergey et al. [2003a] - Modelo multi-critério e algoritmo genético que garante contiguidade em todas as zonas: Bergey et al. [2003b]
Recolha de Resíduos Sólidos	<ul style="list-style-type: none"> - Heurística para minimizar o custo total de travessia, ao mesmo tempo são encontrados sectores e rotas: Male e Liebman [1978] - Número de sectores é fixo e a periodicidade de recolha conhecida, modelo multi-objectivo em programação inteira (minimizar o tempo de serviço, minimizar os desvios dos tempos de serviço em relação a um valor referência e minimizar o número de componentes conexas): Hanafi et al. [1999]
Continua.....	

Tabela 2.5 – Continuação	
Aplicação	Métodos de solução e Referências
	- Heurísticas em situação de recolha “porta-a-porta”, definição num multigrafo misto e são propostas duas heurísticas (2 fases) e uma heurística de melhor inserção: Mourão et al. [2009]
Serviços de Telefones	- Heurística que combina caminho mais curto, fluxo de custo mínimo e técnicas de enumeração: Segal e Weinberger [1977]
Operações de Manutenção	<p>- Modelos e algoritmos eficientes, baseados em sistemas de apoio à decisão construídos em sistemas de informação geográfica, para a partição de uma cidade em sectores e atribuição dos sectores a depósitos de neve: Labelle et al. [2002]</p> <p>- Procedimento heurístico usado em actividade ligada a espalhar sal, partição da rede de estradas em pequenos ciclos que depois são agregados em distritos em duas fases 1 - baseado em “<i>bin packing</i>”, 2 - multi-critério (compacidade, número de veículos e equilíbrio): Muyldermans et al. [2002b]</p> <p>- Revisão de modelos de optimização e de algoritmos de resolução em desenho de sectores para actividades relacionadas com a manutenção de estradas durante o Inverno (limpeza de neves e empalhar químicos): Perrier et al. [2006a]</p> <p>- Revisão de modelos de optimização e metodologias de resolução para o desenho de sistemas de operações ligadas a depósitos de neve (partição da região em sectores, localização dos depósitos, alocação dos sectores aos depósitos e alocação dos sectores a companhias privadas ou públicas): Perrier et al. [2006b]</p> <p>- Revisão de modelos de optimização e algoritmos de resolução para rotas de veículos dedicados a espalhar químicos em estradas e ainda modelos para a localização de veículos e de depósitos de materiais e atribuição das tripulações aos depósitos de veículos: Perrier et al. [2007c]</p> <p>- Revisão de modelos de optimização e metodologias de resolução para rotas de veículos de limpeza de neves e operações de depósito de neves, também modelos para dimensionamento de frotas: Perrier et al. [2007d]</p>
Continua.....	

Tabela 2.5 – Continuação	
Aplicação	Métodos de solução e Referências
	<p>- Modelo e duas heurísticas baseadas em otimização matemática para a partição da rede de estradas em sectores e alocação dos sectores aos centros de depósito de neve. Na construção dos sectores são considerados contiguidade, equilíbrio, forma e capacidade de recepção dos depósitos: Perrier et al. [2008b]</p> <p>- Formulação (programação linear inteira mista) e heurística em operações de limpeza de neve onde 2 ou mais faixas na mesma direcção são limpas simultaneamente: Salazar-Aguilar et al. [2012]</p>
Área Comercial	
Territórios de Venda	<p>- Modelo associa unidades geográficas aos vendedores de maneira que cada vendedor tenha igual actividade e a compacidade seja minimizada, sem garantia de contiguidade: Hess e Samuels [1971]</p> <p>- Modelo de programação matemática e heurística que leva em consideração a maximização do lucro na questão da definição dos territórios de vendas, Lodish [1975]</p> <p>- Algoritmo para determinar regiões com “equilíbrio de trabalho” onde não foram incluídos os tempo de viagem que foram implicitamente considerados iguais: Easingwood [1973]</p> <p>- Modelo que considera a definição das fronteiras dos sectores e a frequência dos pedidos com o intuito de maximizar os lucros: Shanker et al. [1975]</p> <p>- Modelos matemáticos, relaxação lagrangeana, é conseguida a contiguidade: Zoltners e Sinha [1983]</p>
Distribuição/ Recolha de Produtos	<p>- Formulação matemática e heurística para resolver problema com 2 objectivos, compacidade e equilíbrio de trabalho entre os sectores: González-Ramírez et al. [2011]</p> <p>- Desenho de sectores para rotas de veículos com procuras estocásticas, uso de pesquisa tabu: Haugland et al. [2007]</p>

Tabela 2.5: Sectorização em diferentes áreas

2.3 Rotas

2.3.1 Introdução

Os problemas de rotas envolvem um vasto número de situações práticas e aparecem, frequentemente, na literatura, representados por grafos.

Estes problemas reflectem a necessidade de definir um “caminho” que percorre todos ou parte dos vértices e/ou arestas que formam esse mesmo grafo. Algumas restrições, mais ou menos complexas, poderão ser adicionadas ao problema. Por exemplo, obrigar a que o caminho obedeça a uma hierarquia pré-estabelecida relativamente à ordem de passagem nos vértices ou associar diferentes custos às arestas consoante o sentido do percurso.

Os Problemas de Rotas Gerais (GRP - General Routing Problem) envolvem situações em que é necessário servir um determinado número de vértices e/ou arestas e o objectivo passa, geralmente, por cumprir essas necessidades ao menor custo possível. Mais formalmente, este problema, introduzido por Orloff [1974], envolve a pesquisa do percurso de custo mínimo num grafo $G = (V, E)$ onde um subconjunto de arestas E_R ($E_R \subseteq E$) e um subconjunto de vértices V_R ($V_R \subseteq V$) são de passagem obrigatória. Este grupo enorme de problemas pode subdividir-se em dois grupos mais “pequenos”: os Problemas de Rotas em Nós (NRP - Node Routing Problem) e os Problemas de Rotas em Ligações (ARP - Arc Routing Problem). Como o próprio nome indica, sempre que se está perante um problema que apresenta obrigatoriedade de passagem num determinado grupo de vértices do grafo que lhe corresponde, está-se perante um NRP. Um exemplo bastante conhecido de um NRP é o Problema do Carteiro Viajante (TSP - Traveling Salesman Problem). Situação retratada por um caixeiro viajante que, partindo de uma determinada cidade C pretende visitar, com o menor custo, um determinado número n de cidades (C_1, C_2, \dots, C_n) , regressando, no final, à cidade de

partida, C . No seu conjunto, estes problemas podem ser classificados como direccionados (apenas com arcos), não direccionados (apenas com arestas) ou mistos (com arcos e arestas), ver Figura 2.20. Direccionados, dirigidos ou orientados funcionam aqui como sinónimos de um mesmo conceito.



Figura 2.20: Problemas Gerais de Rotas

Quanto aos ARPs estes estão relacionados com a determinação do conjunto (ou subconjunto) de arestas num grafo $G = (V, E)$ que apresentem menor custo de “passagem”, onde V é o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas. Este grafo poderá ser não direccionado, direccionado (com arcos em vez de arestas) ou misto (com arcos e arestas). A cada aresta, (i, j) , $i \neq j$, está associado um custo $c_{ij} \geq 0$. Se $(i, j) \notin E$ então toma-se $c_{ij} = “+\infty”$. Estes problemas aparecem numa grande variedade de situações práticas tais como entrega de correio, recolha de resíduos urbanos, limpeza de ruas, remoção de neve das ruas, leitura de contadores, distribuição de leite, definição de percursos de corte em ambiente industrial, definição de rotas em autocarros escolares e muitas outras. Corberán e Prins [2010] apresenta-se como uma excelente referência.

É importante referir que um NRP pode ser transformado num ARP e um ARP pode, igualmente, ser transformado num NRP equivalente, Assad e Golden [1995]. Apesar de se tratar de um grupo muito importante de problemas, os NRPs afastam-se do tema apresentado na presente dissertação razão pela qual serão apenas pontualmente mencionados e quando tal se justifique.

Um problema importante e muito conhecido no grupo dos ARPs é o Problema do Carteiro Rural (Rural Postman Problem - RPP). Este problema consiste em encontrar o circuito mais “curto” num grafo que atravessa cada uma das aresta requeridas, pelo menos, uma vez.

Diferentes abordagens na solução do RPP aparecem descritas na literatura. Métodos exactos são propostos em artigos como Christofides et al. [1981], Corberán e Sanchis [1994], Ghiani e Laporte [2000] ou Fernández et al. [2003]. Heurísticas construtivas são também frequentes tais como as apresentadas em Frederickson [1979] e Pearn e Wu [1995]. Algumas meta-heurísticas são propostas como Optimização por Colónias de Formigas em Laganà et al. [2007] e Rodrigues e Ferreira [2012] com Algoritmos Meméticos.

Na apresentação dos ARPs que se segue, usou-se como *base de comparação* esse mesmo problema, o RPP, pelas características que apresenta, por poder ser encarado como caso mais geral de alguns ARPs e, ao mesmo tempo, ser, ele próprio, caso particular de outros.

Ao longos das próximas secções, para além de serem apresentados os trabalhos e autores mais relevantes numa revisão de literatura, são dadas a conhecer algumas características e relações entre ARPs, dando especial ênfase a uma possível organização e relações de hierarquia entre os diferentes ARPs.

2.3.2 O Problema do Carteiro Rural e outros Particulares

O Problema do Carteiro Rural (Rural Postman Problem - RPP) foi originalmente apresentado em Orloff [1974] como:

“The problem of traversing each arc (at least once) in a required subset of all the arcs of a network at minimum cost (...).”

Dado um grafo conexo $G = (V, E)$ e um conjunto de arestas requeridas $E_R \subseteq E$, o RPP consiste em encontrar o circuito de custo mínimo em G de tal maneira que toda a aresta em E_R é percorrida pelo menos uma vez. A matrix $C = [c_{ij}]_{i,j=1,\dots,n}$ representa o custo associado à aresta (i, j) onde $c_{ii} = 0, \forall i \in \{1, \dots, n\}$, pela inexistência de lacetes. Se $(i, j) \notin E$ então considera-se, como já foi referido anteriormente, que $c_{ij} = \infty$. O grafo em causa poderá ser Direcctionado (Directed RPP - DRPP), Não Direcctionado (Undirected RPP - URPP) ou Misto (Mixed RPP - MRPP). Uma boa introdução a este tema poderá ser encontrada em Eiselt et al. [1995b].

O Problema do Carteiro Chinês (Chinese Postman Problem - CPP) é um problema que apresenta algumas semelhanças com o RPP. Trata-se, efectivamente, de um caso particular deste último: se $E_R = E$, então o RPP é reduzido ao CPP. Foi apresentado por Kwan Mei-Ko nos anos 60 do século passado, na altura assistente de Matemática em Shandong Normal University e funcionário nos correios. Enquanto tentava encontrar as rotas a efectuar pelos carteiros, este matemático descrevia a seguinte situação (Mei-Ko [1962]):

“A mailman has to cover his assigned segment before returning to the post office. The problem is to find the shortest walking distance for the mailman.”

Kwan Mei-Ko definiu este problema com recurso à teoria de grafos da seguinte forma:

“Given a connected graph on the plane, we are to draw a continuous graph (repetition permitted) from a given point and back, minimizing the number of repeated arcs.”

Tal como o RPP, também aqui o grafo poderá ser Não Direcctionado (Undirected CPP - UCPP ou, simplesmente, CPP), Direcctionado CPP (Directed CPP - DCPP), ou Misto (Mixed CPP - MCPP), Eiselt et al. [1995a]. DCPP e MCPP foram introduzidos por Edmonds e Johnson [1973]. De salientar o facto de existirem algoritmos de tempo polinomial para resolver o UCPP e o DCPP, sendo o MCPP um problema NP-Difícil, Papadimitriou [1976].

Há ainda variantes interessantes do CPP. Frederickson et al. [1978], ao considerarem problemas de rotas com k -pessoas, afirmaram que quando um único vendedor não consegue lidar com um território muito extenso, são necessários k vendedores que, colectivamente, visitarão cada rua dentro do território. Nesse mesmo artigo é apresentada uma heurística para o k -CPP ($k > 1$). O k -CPP apresenta a vantagem de representar mais correctamente algumas situações reais. Ainda outra variante do CPP é o *Min-Max k -CPP* (MMk-CPP), também descrito em Frederickson et al. [1978]. Este último problema consiste em encontrar k circuitos ($k > 1$) de tal maneira que cada uma das arestas é atravessada pelo menos uma vez. O objectivo passa por minimizar o comprimento do maior dos k percursos, Ahr e Reinelt [2006]. Cada circuito deverá começar e terminar num vértice especial chamado depósito. O MMk-CPP é um problema NP-Difícil.

O Problema do Transelevador (Stacker Crane Problem - SCP) é um outro problema relacionado com o RPP e que, tal como o CPP, corresponde a um caso particular, ou seja, perante determinadas condições o RPP corresponde a um SCP. Frederickson et al. [1978] refere que este problema foi introduzido por Rosenkrantz [1976]. O SCP é um MRPP particular definido num grafo misto $G = (V, A \cup E)$, onde A é o conjunto

dos arcos, ligações de passagem obrigatória e E o conjunto das arestas. O objectivo é o de encontrar um circuito mais pequeno que inclua cada um dos arcos, pelo menos, uma vez. Neste problema, cada arco representa um dado movimento efectuado por uma grua. Referências ao SCP podem ser encontradas em Corberán et al. [2002], Frederickson et al. [1978], Laporte [1997] e em Eiselt et al. [1995b].

O k -SCP é a versão de k -veículos do SCP e que aparece definido em Frederickson et al. [1978]. Também aqui o objectivo é o de minimizar o comprimento do circuito mais longo.

A Figura 2.21 representa a relação de inclusão entre o RPP e os seus Problemas Particulares.

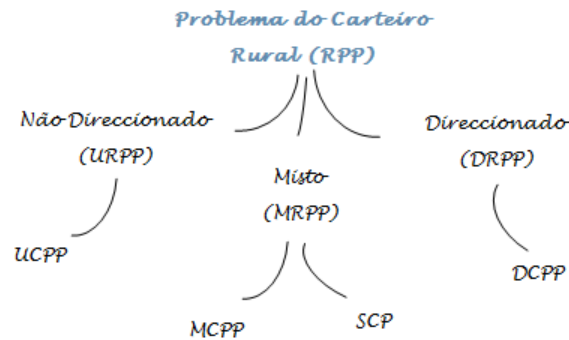


Figura 2.21: O RPP e os seus Problemas Particulares

No entanto, muitos são os ARPs que se relacionam com o RPP mas que se apresentam como suas generalizações. No subcapítulo seguinte são apresentados tais problemas, agrupados de acordo com o mapa representado na Figura 2.22.

2.3.3 O Problema do Carteiro Rural e generalizações

Os ARPs relacionados com o RPP mas que se apresentam como generalizações, serão agrupados, atendendo às suas características, em 4 classes distintas: Ventosos, Capacitados, Hierárquicos e Outros Proble-

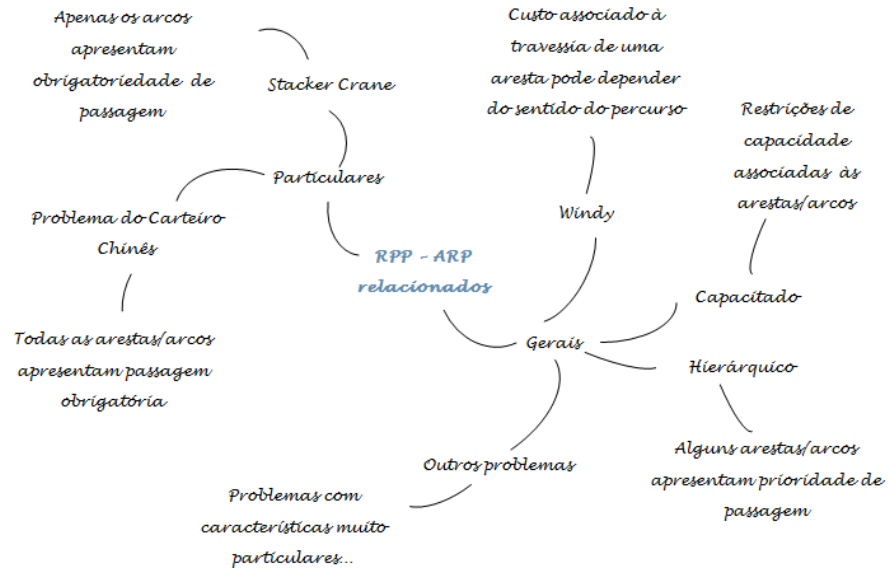


Figura 2.22: O RPP e os seus Problemas Gerais e Particulares

mas, ver Figura 2.22. A última classe absorve um grupo de problemas que apresentam características muito específicas e que não se enquadram em qualquer uma das restantes 3 classes.

O que se apresentará nas próximas secções é o resultado da reflexão sobre estes problemas quando levadas em consideração características gerais e relevantes apresentadas nas diferentes publicações.

Quer sejam particularizações quer sejam generalizações todos os problemas aqui apresentados podem ser considerados como ARPs relacionados com o RPP.

2.3.3.1 Problemas Ventosos

Minieka [1979] introduziu os Problemas Ventosos (Windy Problems - WP). Os WPs apresentam-se como uma classe de problemas onde, dependendo do sentido em que o percurso é efectuado, o custo de atravessar uma aresta pode ser diferente. Nesse artigo, o autor escreveu:

“(...) when one direction might be with the wind and the other against the wind or when fares are different depending on direction.”

Diferentes problemas “windy” podem ser encontrados na literatura.

O Problema do Carteiro Rural Ventoso (Windy RPP - WRPP) pode ser descrito num grafo não direccionado $G = (V, E)$, onde E_R ($E_R \subset E$) é o subconjunto de arestas requeridas, com dois custos diferentes não negativos associados a cada aresta $e = (i, j) \in E$ consoante o sentido de passagem, de i para j ou de j para i .

O objectivo é encontrar o circuito de custo mínimo atravessando cada aresta obrigatória e_R ($e_R \in E_R$), pelo menos, uma vez. Este problema é uma generalização do URPP, Benavent et al. [2003], Benavent et al. [2005] e Benavent et al. [2007]. Se $E_R = E$, então o WRPP reduz-se ao Problema do Carteiro Chinês Ventoso (Windy Chinês Postman Problem - WCPP), também este considerado uma generalização do CPP. Tal como em qualquer problema “windy” o custo de passagem depende do sentido de passagem. O WCPP consiste em determinar um circuito no grafo de menor custo, Eiselt et al. [1995a]. Todo o MCPP pode ser transformado num WCPP, fazendo corresponder a cada aresta dois arcos de sentidos opostos com o mesmo custo e a cada arco um outro arco de sentido oposto com custo infinito.

Irnich [2005] define outro problema “windy”, o Problema do Carteiro Rural Ventoso com serviço em Zigzag (Windy Rural Postman Problem with Zigzag Service - WRPPZ). São referidas aplicações reais em recolha de resíduos e em serviço de entrega de correio. As ruas poderão requerer, consoante o tipo de passagem, quatro tipos de serviço: uma direcção, duas direcções, opção de servir ambos os lados de uma rua em zigzag e ruas sem procura (não requeridas).

Um problema “windy” mais geral surge descrito em Corberán et al. [2006], o Problema Geral de Rotas Ventoso (Windy General Routing

Problem - WGRP) definido num grafo conexo e não direccionado, $G = (V, E)$, com um subconjunto $E_R \subseteq E$ de arestas requeridas e um subconjunto $V_R \subseteq V$ de vértices requeridos. Cada aresta $i, j \in E$, dependendo da direcção tem associados dois custos $c_{ij} \neq c_{ji}$. O objectivo deste problema passa por encontrar o percurso com menor custo que passa por todos os elementos dos subconjuntos E_R e V_R .

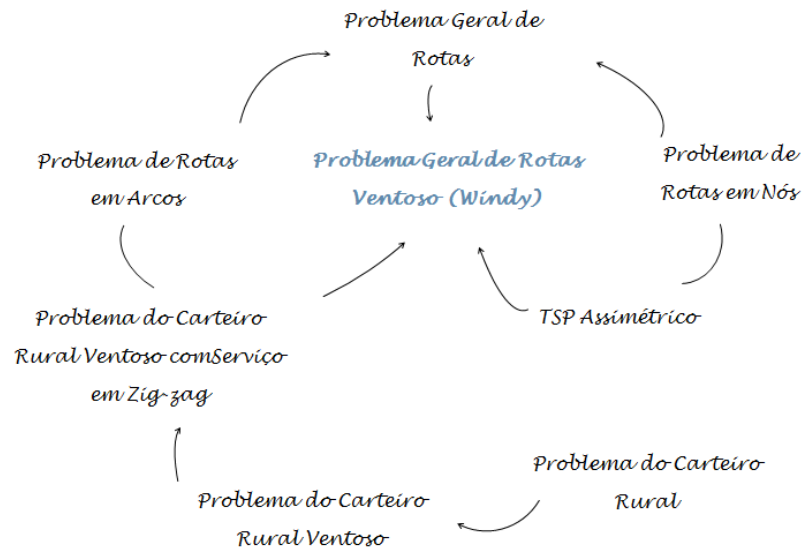


Figura 2.23: Problema Geral de Rotas Ventoso

A Figura 2.23 identifica as relações do RPP no seio da família de problemas “windy” aqui apresentados tendo as setas o sentido das particularizações para o geral.

Apesar de os NRPs não serem o ponto central deste trabalho, como já foi mencionado anteriormente, pode dizer-se que o TSP Assimétrico (Graphical Asymmetric Travelling Salesman Problem - GATSP) é a versão “windy” do TSP, Corberán et al. [2005].

2.3.3.2 Os Problemas Capacitados

Os problemas capacitados surgem da necessidade de introduzir restrições de capacidade aos circuitos de cada veículo ou carteiro.

O ARP Capacitado (Capacitated Arc Routing Problem - CARP) pode ser definido num grafo $G = (V, E)$, não direccionado com um subconjunto E_R ($E_R \subseteq E$) de arestas requeridas e um vértice especial, v_0 , a que, vulgarmente, se chama depósito. Uma procura $d_e > 0$ está associada a cada aresta requerida $e \in E_R$. Apresenta-se disponível uma frota de k veículos (não necessariamente homogénea), cada um deles com capacidade $Q_i > 0, i = 1, \dots, n$. O objectivo é encontrar o conjuntos de rotas de custo mínimo para os veículos, partindo e voltando, no final, ao depósito, de tal maneira que cada aresta requerida é servida exactamente uma vez. Em cada rota, a soma das procuras das arestas servidas não pode ultrapassar a capacidade do veículo que lhe está afecto, Letchford e Oukil [2009], Longo et al. [2006]. O CARP, problema introduzido por Golden e Wong [1981], é NP-Difícil do qual o RPP é tido como caso particular. Este problema aparece muitas vezes na literatura ligado à definição de rotas em problemas de recolha de RSU. Em Mourão [1999] é descrito um CARP com restrições adicionais no tratamento de um problema na área da recolha de resíduos em Lisboa. Uma revisão a esta família de problemas pode ser consultada em Wøhlk [2008].

Também aqui se apresenta definido o correspondente Problema Chinês, o Problema do Carteiro Chinês Capacitado (Capacitated Chinese Postman Problem - CCPP) como caso particular do CARP onde as procuras, em todas as arestas, são positivas, Eiselt et al. [1995b].

Muitos são os problemas descritos na literatura relacionados com o CARP. Seguem-se alguns exemplos.

O CARP Periódico (Periodic CARP - PCARP), definido por Lacomme et al. [2002]. Este problema surge pela necessidade de atribuir periodicidades na passagem pelas às arestas, em aplicações reais. Trata-

se de uma extensão do CARP para períodos múltiplos, Chu et al. [2006]. O objectivo final é o de minimizar a frota requerida e o custo total das viagens no período considerado.

O ARP envolvendo Localização (Location ARP - LARP), inicialmente chamado de Problema de Localização em Rotas nos Arcos (Arc Oriented Location Routing) de Levy e Bodin [1989], é outra extensão do CARP. Este problema lida, simultaneamente com decisões de localização (de depósitos, por exemplo) e de rotas em arestas. Prins et al. [2006] referem aplicações na área da distribuição de sistemas e Liu et al. [2008] apresentam uma revisão da literatura e sugestões para pesquisa futura. O CARP com Pontos de Recarga (CARP with Refill Points - CARP-RP) é um LARP com dois tipos diferentes de veículos: os veículos de serviço e os veículos de abastecimento. Estes últimos podem encontrar os veículos de serviço em qualquer local e reabastecê-los. Amaya et al. [2004] apresentam uma aplicação prática para este problema: manutenção da rede de estradas, onde as marcas rodoviárias têm de ser pintadas ou repintadas todos os anos.

No CARP com Instalações Intermédias (CARP with Intermediate Facilities - CARPIF), os veículos podem descarregar ou reabastecer em instalações intermédias as quais representam um subconjunto dos veículos. Uma possível aplicação é a recolha de resíduos com visitas a pontos de descarga ou de incineração. Uma situação equivalente é aquela onde o veículo faz entregas em vez de recolhas e os veículos devem ser preenchidos para satisfazer a procura, Ghiani et al. [2001].

Já nos ARP com Sectorização (Sectoring ARP - SARP), a rede é dividida num dado número k de sectores. O objectivo deste problema passa por resolver k CARPs e minimizar a duração total das viagens em todos os sectores, Mourão et al. [2009]. Aplicações especiais estão associadas à recolha de resíduos sólidos em grandes áreas urbanas.

O CARP Estocástico (Stochastic CARP - SCARP) é a versão estocás-

tica do CARP onde as procuras nos arcos são aleatórias, Fleury et al. [2004]. Aplicações reais podem ser encontradas em recolha de resíduos. O CARP com custos de serviço dependente do tempo (arc routing problem with capacity constraints and time-dependent service costs) é uma outra variante do CARP onde os custos de servir alguns arcos está dependente do momento em que o serviço começa, Tagmouti et al. [2007]. São apresentadas aplicações relacionadas com o acto de espalhar sal em estradas geladas onde o instante de início é crucial.

Um outro CARP é o CARP Estendido (Extended CARP - ECARP), Lacomme et al. [2004] que lida com extensões como: multigrafos mistos com arcos e arestas em ligações paralelas; custos de passagem inferiores aos de recolha por ligação; viragens proibidas e viragens penalizadas e um limite superior na duração de qualquer viagem.

O CARP com Procura Unitária (CARP with Unit Demand - CARPUD) é um CARP particular onde todas as arestas requeridas apresentam procura unitária, Belenguer e Benavent [1998].

Lacomme et al. [2003] dão o exemplo das companhias de recolha de resíduos que estão interessadas em ambos: o equilíbrio das viagens e a minimização da duração total. Lacomme et al. [2006] apresentam uma versão bi-objectivo do CARP. O primeiro objectivo passa pela minimização da duração total das viagens e o segundo pela minimização da duração da viagem mais longa.

O mapa apresentado na Figura 2.24 incorpora um grupo significativo de Problemas Capacitados. O Problema de Rotas de Veículos (Vehicle Routing Problem - VRP) é a versão “capacitada” do TSP tal como o CARP é a versão capacitada do RPP, Assad e Golden [1995].

Uma das abordagens ao CARP consiste na sua transformação num VRP.

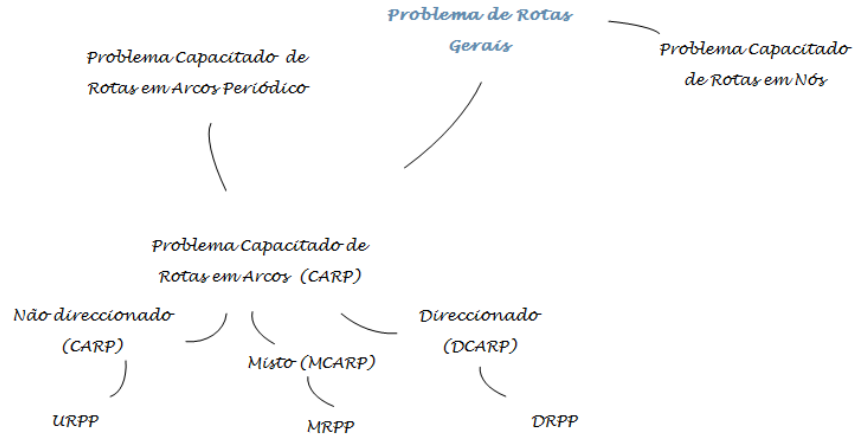


Figura 2.24: Problemas de Rotas Geraís (GRP) e alguns Problemas Capacitados

2.3.3.3 Problemas Hierárquicos

Os Problemas Hierárquicos compreendem condições relacionadas com a ordem pela qual as arestas são atravessadas. Das aplicações típicas fazem parte casos como a limpeza de Neves, manutenção de estradas e determinação de caminhos óptimos de corte por oxycorte, Cabral et al. [2004] e Ghiani e Improta [2000]. Em Cabral et al. [2004], o serviço hierárquico é apresentado como:

“(...) on a graph whose edges or arcs are partitioned into clusters which induce a service hierarchy, i.e., all arcs or edges of cluster E^h must be serviced before those of cluster E^{h+1} .”.

Os Problemas Hierárquicos aparecem relacionados com grafos direccionados e não direccionados.

O Problema do Carteiro Rural Hierárquico (Hierarchical Rural Postman Problem - HRPP) é uma generalização do RPP. Como em qualquer RPP, o conjunto das ligações dividem-se entre requeridas e não requeri-

das, Perrier et al. [2006b].

O HRPP consiste em determinar a travessia de menor custo que começa e acaba no depósito onde o conjunto das arestas requeridas são divididas em classes com diferentes prioridades. De acordo com essas prioridades, algumas dessas classes deverão ser servidas antes de outras. No entanto, todas as arestas podem ser atravessadas, em vazio, em qualquer momento, Perrier et al. [2006a].

Se o problema envolver a determinação de m rotas, resulta no HRPP Múltiplo (Multiple HRPP - m-HRPP), Perrier et al. [2006b]

Tal como o HRPP, por maioria de razão, o m-HRPP é uma generalização do RPP (Figura 2.25).

O Problema do Carteiro Chinês Hierárquico (Hierarchical Chinese Postman Problem - HCPP) foi introduzido por Dror et al. [1984]. Ghiani e Improta [2000] descrevem dois tipos de relações de precedência. O primeiro é linear, onde os p grupos $(E_i, i = 1, \dots, p)$ representam a partição do conjunto de arestas E , isto é, $\bigcup_{i=1}^p E_i = E$ e $E_i \cap E_j = \emptyset$ se $i \neq j$ e $i, j = \{1, 2, \dots, p\}$; se $E_n \prec E_m$, todas as arestas de $E_n, n = \{1, \dots, p-1\}$ deverão ser servidas antes das arestas de $E_m, m = \{2, \dots, p\}$ e $m > n$. A segunda relação de precedência não é tão exigente: a travessia do grupo E_i começa antes do início do grupo E_{i+1} e termina antes do final da travessia desse grupo.

Também aqui, se o problema é composto por m rotas denomina-se HCPP Múltiplo (Multiple HCPP - m-HCPP), Perrier et al. [2006b].

2.3.3.4 Outros problemas

Os problemas que se seguem são generalizações do RPP mas, pelas características que apresentam não encaixam nas classes anteriormente definidas.

O Problema do Carteiro Rural com Múltiplos Veículos (Multiple Vehicle Rural Postman Problem - m-RPP) é mencionado em Perrier

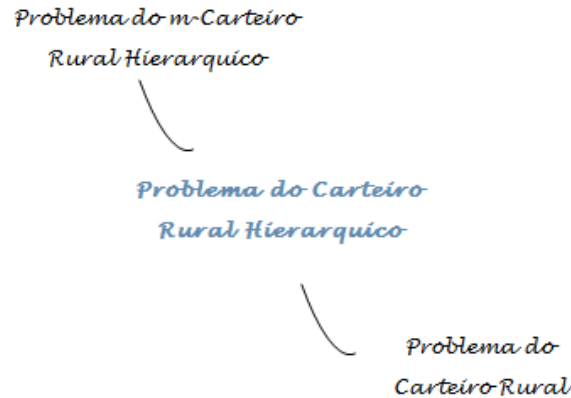


Figura 2.25: Problemas hierárquicos

et al. [2006b]. O objectivo é o de desenhar rotas de veículos ao menor custo total, onde cada rota começa e acaba num vértice específico (depósito). Cada arco requerido é servido por exactamente um veículo.

O Problema do Carreiro Rural Periódico (Periodic Rural Postman Problem - PRPP), aplicado à recolha de resíduos e varrimento de ruas, é apresentado em Ghiani et al. [2005]. Em algumas situações práticas, as arestas requeridas têm necessidade de ser visitadas um determinado número de vezes durante o período de planificação de k dias. Depois de se escolher uma combinação para os dias para cada aresta requerida, uma rota RPP deverá ser determinada para cada dia. Assim sendo, o PdRPP generaliza o RPP por estender um único período a um horizonte multi-períodos.

O Problema do Carreiro com Múltiplas Travessias Programadas (Scheduled Multiply Traversed Postman Problem - SMTTP), que pretende minimizar o peso total dos circuitos, pode igualmente ser considerado uma generalização do RPP, Groves et al. [2005]. O SMTTP apresenta duas características importantes: a primeira é a de que cada aresta requerida deverá ser atravessada um determinado número de vezes e a segunda é a de que a passagem consecutiva numa aresta requerida de-

verá ser espaçada no decorrer do circuito.

O Problema do Carteiro Rural Privatizado (Privatized Rural Postman Problem - PRPP), mencionado em Aráoz et al. [2006], é definido num grafo $G = (V, E)$, sendo $d \in V$, um vértice especial chamado depósito. A cada aresta e ($e \in E$) são atribuídas duas funções não negativas (b and c), em que b_e representa a função lucro e c_e a função custo de atravessar e . O objectivo do PRPP é o de encontrar um circuito em G , passando por d , que maximize o valor de $\sum_{e \in \mathcal{C}} (b_e - t_e c_e)$, sendo t_e o número de vezes que a aresta e é atravessada.

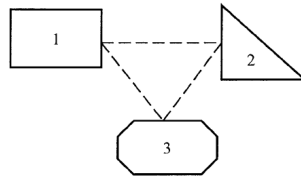


Figura 2.26: Travessia entre pontos interiores de arestas

O Problema de Travessia do Carteiro (Crossing Postman Problem - XPP), introduzido por Garfinkel e Webb [1999], é mais uma generalização do RPP. No XPP, é possível mover de uma aresta para outra em pontos que não são os vértices originais. A Figura 2.26 ilustra a situação ao representar arestas entre 3 pontos que não pertencem ao conjunto dos vértices originais. Os autores apresentam uma aplicação relacionada com o corte de formas poligonais em materiais como tecido ou metal.

Uma situação semelhante é descrita em Hoeft e Palekar [1997] como um NRP (*Plate-Cutting TSP*- P-TSP). São apresentadas algumas situações de corte de peças particulares entre as quais: - O corte deverá ser feito peça a peça e deverá ser iniciado e terminado num mesmo mas qualquer ponto do seu perímetro; - a ferramenta de corte pode sair e entrar do perímetro da peça em algum dos pontos pré-definidos, não

há necessidade do corte completo e sequencial (corte intermitente) e - as peças podem ser cortadas de forma intermitente e, tal como no primeiro caso, a ferramenta de corte pode entrar e sair da peça em qualquer ponto.

Moreira et al. [2007] apresentam o Problema do Carteiro Rural Dinâmico (Dynamic Rural Postman Problem - DyRPP) que generaliza o RPP por permitir modificações constantes no grafo. Os autores lidam com a aplicação industrial de determinação do caminho de corte óptimo. Durante o processo de corte o grafo tem a possibilidade de ir sofrendo modificações por inclusão de novas arestas ou por impossibilidade de passagem noutras.

O Problema do Carteiro Rural com Localização (Location Rural Postman Problem - LRPP) é outra generalização do RPP, que inclui a localização de depósitos ou outras instalações. O problema consiste em determinar, simultaneamente, um conjunto de depósitos num grafo e um caminho para cada depósito de tal maneira que os custos totais de operação e recolha são minimizados. Ghiani e Laporte [1999] dão exemplos de aplicações tais como entrega de correio ou jornais, recolha de resíduos onde as instalações podem ser os depósitos dos veículos, pontos de transferência, locais de despejo, ou pontos de reabastecimento.

A Figura 2.27 apresenta as já referidas generalizações do RPP que, pelas suas características, não se enquadram em qualquer das 3 classes de problemas previamente definidas: Ventosos, Capacitados e Hierárquicos.

2.3.4 Representação Multidimensional

Representações gráficas dos ARP relacionados com os RPP são apresentadas nesta secção. Estas representações consistem num esquema multidimensional e num mapa de relações entre problemas. Tendo em conta a classificação proposta, o objectivo ajuda na visualização de uma possível estruturação dos problemas até aqui apresentados.

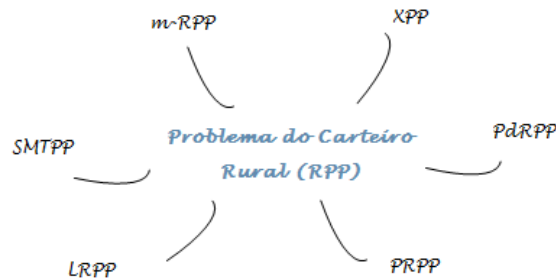


Figura 2.27: “Outras” generalizações do RPP

Os ARPs (e também os GRPs) apresentados podem ser representados num esquema visual com 4 dimensões. As 4 dimensões em causa são definidas por 4 vectores independentes associados com as classes dos problemas anteriormente apresentados: Ventosos, Capacitados, Hierárquicos e “Outros”. O último dos vectores encerra em si características múltiplas como tipo de ligação, tipo de serviço, dimensão da frota e o objecto do serviço.

A título de exemplo, na Figura 2.28 estão representados 4 problemas: o WGRP, o MCRP, o HRPP e o DyRPP. Na representação proposta, cada lado do heptágono poderá ser interceptado, no máximo, em um ponto com excepção do lado a tracejado referente ao tipo de serviço. Por exemplo, um problema pode ser, simultaneamente periódico e apresentar serviço em zigzag. Esta representação não impede a existência de problemas que sejam, ao mesmo tempo, ventosos, capacitados e hierárquicos.

2.3.4.1 Um mapa de problemas

A Figura 2.29 é um mapa que agrupa os problemas já mencionados e que se relacionam em alguma medida com o problema usado como central nesta classificação: o RPP. No centro do mapa encontra-se o RPP

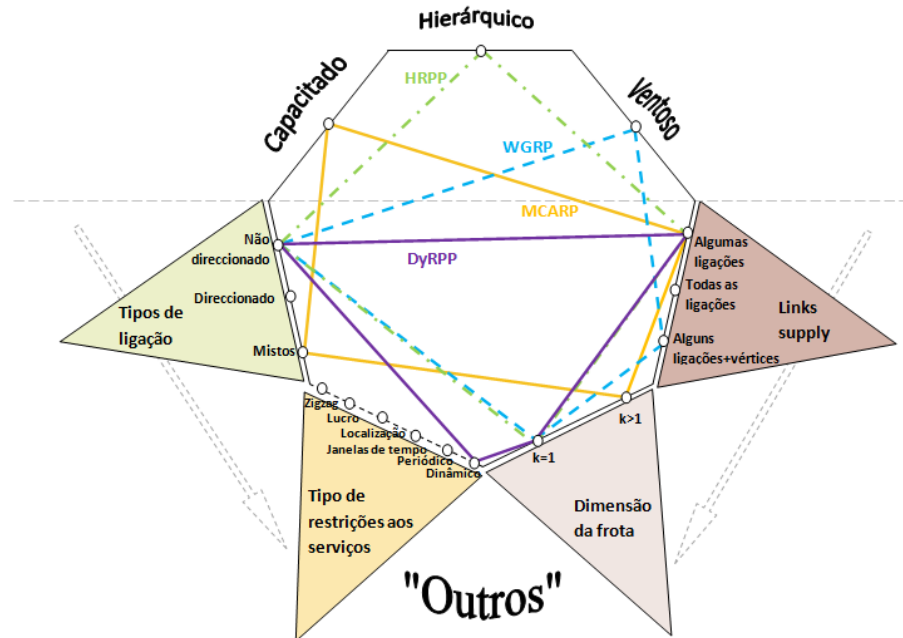


Figura 2.28: Representação multidimensional de alguns problemas relacionados com o RPP

onde uma seta obedece ao sentido do problema mais particular para o mais geral. Foram ainda incluídas algumas referências por se tratarem das primeiras ou das mais citadas para cada problema. O mapa oferece uma visão global dos ARPs que se relacionam com os RPPs.

2.3.5 Referências anotadas

A tabela que se segue, Tabela 2.6, lista, sumariamente, os ARPs descritos anteriormente relacionados com informação relativa aos métodos de resolução e às referências mais representativas encontradas na literatura. Esta tabela complementa a informação presente na Figura 2.29.

Problemas	Métodos de solução e Referências
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências
RPP - NP-Difícil	
URPP	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Branch-and-cut</i> e Relaxação Lagrangeana, Christofides et al. [1981] - <i>Branch-and-cut</i>, Corberán e Sanchis [1994], Ghiani e Laporte [2000] - Heurística de Frederickson, Frederickson [1979] - Heurística de <i>Post-Optimização</i>, Hertz et al. [1999] - 2 heurísticas de resolução aproximada, Pearn e Wu [1995] - Algoritmos Meméticos, Rodrigues e Ferreira [2012]
Casos relacionados	
Serviço em Zigzag - URPPZ	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmo <i>Branch-and-Cut</i>, Irnich [2008]
DRPP	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Branch-and-Bound</i>, limites com Relaxação Lagrangeana, Christofides et al. [1986] - <i>Branch-and-Bound</i>, heurística baseada em programação linear inteira, Christofides et al. [1986] - 3 algoritmos heurísticos e um procedimento para obter limites inferiores, Campos e Savall [1995]
Casos relacionados	
DRPP com Penalizações	<ul style="list-style-type: none"> - Transformação num TSP Assimétrico e posteriormente aplicação de métodos exactos, Benavent e Soler [1999]
MRPP	<ul style="list-style-type: none"> - (MARP) Algoritmo com 4 sub-heurísticas, Chyu [2001] - Algoritmo baseado em fluxos e problemas de emparelhamento, implementação de Pesquisa Tabu, Corberán et al. [2000]
Casos relacionados	
MRPP com Penalizações	<ul style="list-style-type: none"> - Transformação polinomial num ATSP e posteriormente heurísticas e métodos exactos, Corberán et al. [2002]
RPP PARTICULARIZAÇÃO	
Problemas Chineses	
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências
UCPP - Tempo Polinomial Casos relacionados k-CPP MMk-CPP Serviço em Zigzag - UCPPZ Janelas de tempo - (U)CPPTW	- Algoritmo de emparelhamento Edmonds e Johnson [1973] - Algoritmo apresentado em Edmonds e Johnson [1973], generalizado para k -rotas, Frederickson et al. [1978] - Algoritmo Pesquisa Tabu, Ahr e Reinelt [2006] - Interpretado como um problema T -join e resolvido por caminho mais curto e algoritmos de emparelhamento, Irnich [2008] - Dois modelos exactos usando programação com restrições, Aminu e Eglese [2006]
DCPP - Tempo Polinomial	- Algoritmo de fluxo Edmonds e Johnson [1973]
MCP - NP-Hard	- Algoritmo de duas fases, Edmonds e Johnson [1973] - MIXED1 e MIXED2, Frederickson [1979] - MIXED1 Modificado e MIXED2 Modificado, Pearn e Liu [1995] - Algoritmo <i>Branch-and-Bound</i> juntamente com relaxação Lagrangeana, Christofides et al. [1984] - Algoritmo de planos de corte, Nobert e Picard [1996] - MIXED1 Modificado, Raghavachari e Veerasamy [1999] - Melhoramentos no MIXED1-2 Modificado, Pearn e Chou [1999] - Transformação num ATSP e uso de algoritmos para TSP para resolução, Laporte [1997] - “Shortest Additional Path Heuristic”, Yaoyuenyong et al. [2002] - Técnicas GRASP, Corberán et al. [2002]
Outros problemas	
SCP - NP-Difícil Casos relacionados	- Heurística de estratégia mista com limite 9/5, Frederickson et al. [1978]
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências
k-SCP	- Heurística “Tour-splitting”, Frederickson et al. [1978],
GENERALIZAÇÕES DO RPP	
Windy problems - NP-Difícil	
WRPP	- Limites inferiores (planos de corte) e limites superiores (3 heurísticas construtivas e procedimentos de melhoria), Benavent et al. [2007], Benavent et al. [2003]
Casos relacionados	- 2 heurísticas construtivas melhoradas: H1 e H2, Benavent et al. [2005]
With Zigzag service -	- Algoritmo <i>Branch-and-Cut</i> , Irnich [2008], - Transformação num TSP simétrico, Irnich [2005]
W(C)PP	- Algoritmo de planos de corte, Grötschel e Win [1992]
Casos relacionados	- Algoritmos de aproximação em grafos gerais, Win [1989]
Com Serviço em Zigzag - WCPPZ	- Caminho mais curto e algoritmos de emparelhamento, Irnich [2008]
WGRP	- Apresentação de estudo poliédrico, Corberán et al. [2005]
Capacitated problems - NP-Difícil	
CCPP	- Heurística construtiva, Greistorfer [2003]
CGRP (Mixed)	- Heurística construtiva para problemas de grande dimensão, Pandit e Muralidharan [1995]
CARP	- Arrefecimento simulado para resolução de “problemas de Inverno” no acto de espalhar sal nas ruas, Eglese [1994]
	- Pesquisa tabu, Mei et al. [2009]
	- <i>Branch-Cut-and-Price</i> em grafos esparsos, Letchford e Oukil [2009]
	- Transformação num CVRP equivalente e aplicado <i>Branch-Cut-and-Price</i> , Longo et al. [2006]
	- Planos de corte, Belenguer e Benavent [2003]
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências
	<ul style="list-style-type: none"> - Pesquisa Tabu, Brandão e Eglese [2008] - Duas heurísticas baseadas em colónias de formigas, Bautista et al. [2008] - Formulação em programação matemática e apresentação uma estratégia de solução aproximada “Augment-Merge” (AM), Golden e Wong [1981] - “Path-Scanning” (PS), Golden et al. [1983] - Heurística de Ulusoy (UH), Ulusoy [1995]
Casos relacionados	
CARP Misto	<ul style="list-style-type: none"> - Método de 2 fases: fase 1- construção dos sectores usando 2 heurísticas e fase 2- resolver o MCARP com método de melhor inserção, Mourão et al. [2009] - Algoritmos genéticos, Lacomme et al. [2001]
CARP Estocástico	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmos meméticos, Fleury et al. [2004]
CARP com custos dependentes do tempo de serviço	<ul style="list-style-type: none"> - Transformação num problema de rotas em nós equivalente resolvido de maneira exacta com abordagem por geração de colunas, Tagmouti et al. [2007]
CARP Estendido (ECARP)	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmos meméticos: PS Estendido (EPS), AM Estendido (EAM), UH Estendido (EUH) na inicialização da população, Lacomme et al. [2004]
CARPIF (com Instalações Intermédias)	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolvidos 2 limites inferiores e 2 limites superiores, Ghiani et al. [2001]
M-CARP (Multi-depósitos CARP)	<ul style="list-style-type: none"> - Heurística de transformação num problema de árvores abrangente mínima, capacitado com múltiplos centros com restrições nos arcos, Amberg et al. [2000]
CARP-RP (com pontos de recarga)	<ul style="list-style-type: none"> - Método de planos de corte, Amaya et al. [2004] - Modelo de programação linear inteira e um método de planos de corte, Amaya et al. [2007]
CARP Multi-objectivo	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmos genéticos, Lacomme et al. [2006]
PCARP	<ul style="list-style-type: none"> - Programação Linear Inteira, 2 heurísticas de inserção e desenvolvida heurística de 2 fases, Chu et al. [2005]
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências
	<ul style="list-style-type: none"> - Heurística “Greedy” e “Scatter Search”, Chu et al. [2006] - Algoritmo memético, Lacomme et al. [2005] - Algoritmo genético, Lacomme et al. [2002]
LARP	- Algoritmo de 3 passos: localização, alocação e rotas, Levy e Bodin [1989]
Problemas Hierárquicos - NP-Difícil	
HRPP	- Depois da determinação de k grupos, uso de uma extensão do procedimento apresentado por Dror et al. [1987], Perrier et al. [2006a]
HCPP	<ul style="list-style-type: none"> - Algoritmo exacto, Ghiani e Improta [2000] - Transformação num RPP equivalente e aplicação de um algoritmo exacto <i>Branch-and-Cut</i> para o RPP, Cabral et al. [2004]
Casos relacionados m-HCPP	- 2 abordagens heurísticas baseadas em optimização matemática, Perrier et al. [2008a]
Outros problemas - NP-Difícil	
Dinâmico DyRPP	- Heurística construtiva, Moreira et al. [2007]
PdRPP (Periódico)	- Heurística com 2 fases, Ghiani et al. [2005]
SMTTP	- Heurística construtiva para rotas baseada em grafos e heurística de melhoria para rotas, Groves et al. [2005]
PRPP (Privado)	- Um algoritmo para resolver modelos relaxados com um pequeno número de desigualdades (limites superiores) e procedimentos exactos, também uma heurística simples para gerar soluções admissíveis, Aráoz et al. [2009]
XPP (Travessia)	- Apresentados alguns resultados para as estruturas das soluções óptimas do XPP e do RPP e nova formulação para o RPP, Garfinkel e Webb [1999]
LRPP (Não direccionado)	- Reduzido a um RPP, relaxação do RPP e procedimento <i>Branch-and-Cut</i> , Ghiani e Laporte [1999]
Continua.....	

Tabela 2.6 – Continuação	
Problemas	Métodos de solução e Referências

Tabela 2.6: Problemas relacionados com RPP e métodos de solução

2.4 Sectores e Rotas na Recolha de Resíduos

Tal como referido nas secções anteriores, Secção 2.2 e Secção 2.3, são alguns os trabalhos disponíveis na literatura que consideram as duas vertentes: Sectores e Rotas na resolução de problemas relacionados com a recolha de RSU.

Male e Liebman [1978] apresentam uma heurística que ao mesmo tempo parte o mapa das ruas e estabelece rotas. Os sectores devem ter uma procura que não pode ultrapassar a capacidade do veículo. As ruas não têm limitações de passagem em ambos os sentidos. Também Hanafi et al. [1999] descrevem uma situação de recolha de RSU. Os sectores em número fixo devem estar equilibrados em termos do tempo de recolha. As frequências de recolha são conhecidas ao longo da semana. São três os objectivos traçados pelos autores. Os tempos de recolha deverão situar-se, em cada sector, dentro de um intervalo de tempo admissível, sendo desejável que se situe o mais perto possível de um valor “alvo” dentro desse intervalo. Esta última característica é reflectida pela minimização dos desvios. Por fim, o número de componentes conexas de cada sector deverá ser o menor possível. Foram desenvolvidos algoritmos de pesquisa local, arrefecimento simulado e pesquisa tabu em formulações mono-objectivo.

Mourão et al. [2009], também na área da recolha de RSU, relacionam sectores e rotas. A rede de ruas é partida num dado número de sectores e

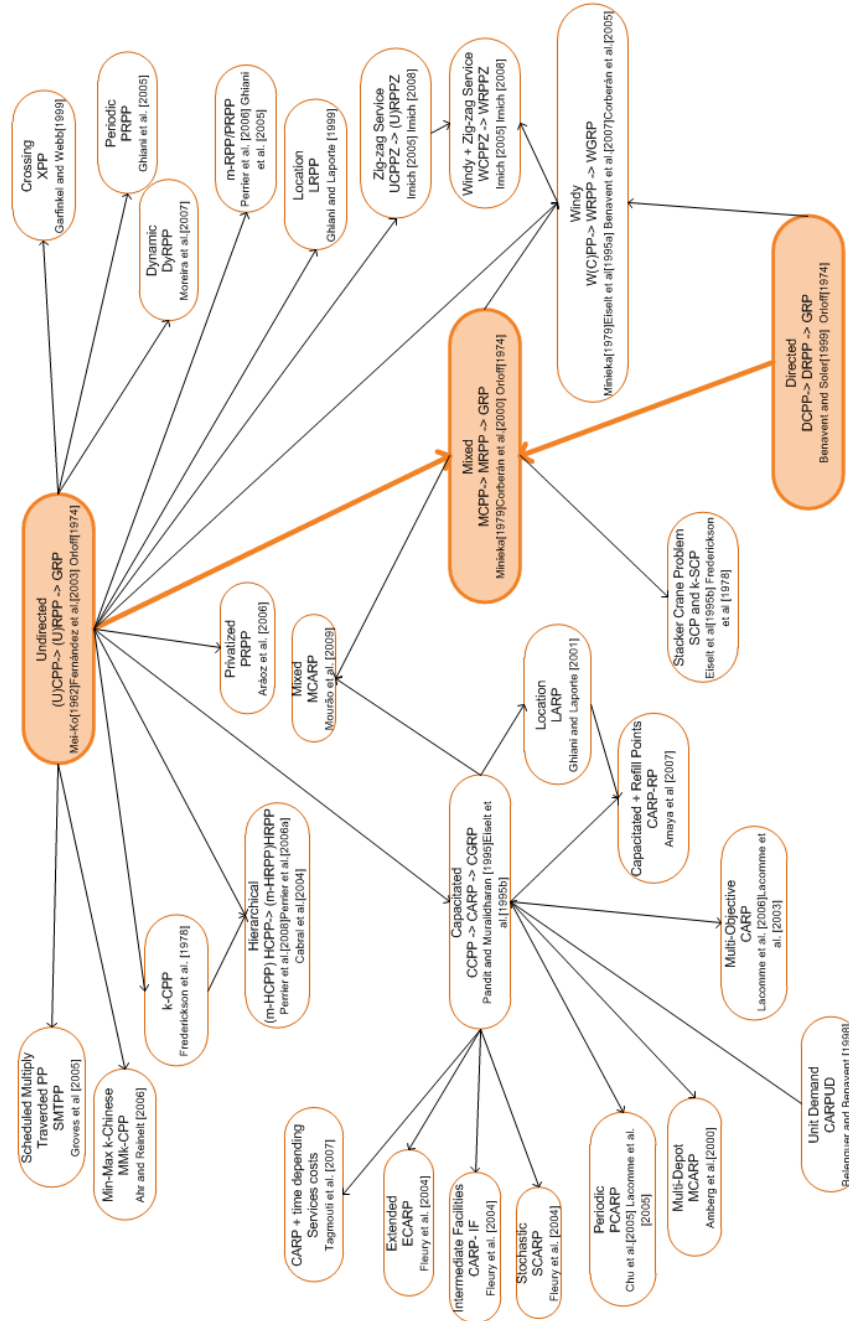


Figura 2.29: Relações entre ARPs com base em RPPs

é construída uma rota em cada um dos sectores de maneira a minimizar a duração total das viagens. São seguidas duas abordagens. São apresentadas duas heurísticas em duas-fases, 1- construção dos sectores e 2- solução de um MCARP. Por outro lado, é apresentada uma heurística de melhor inserção onde sectores e rotas são desenhados em simultâneo.

A tese de Doutoramento Nunes [2009], tal como foi referido, apresenta-se como uma excelente referência no âmbito da recolha de RSU envolvendo sectores e rotas.

Capítulo 3

Resíduos Sólidos Urbanos - Caso de Estudo

“A correcta gestão dos resíduos apresenta-se como um desafio inadiável para as sociedades modernas”

In Decreto-Lei nº239/97, de 9 de Setembro

Ao longo deste capítulo é feita uma breve introdução à problemática dos Resíduos Sólidos Urbanos em Portugal de uma maneira geral. São apresentadas algumas das normas e das directivas relacionadas com este tema e são dadas a conhecer algumas das especificidades de um concelho português concreto, Monção.

3.1 Resíduos Sólidos Urbanos

3.1.1 Alguns conceitos e enquadramento legal

A Gestão dos Resíduos de uma maneira geral e a Recolha dos RSU em particular, apresentam-se como uma preocupação crescente a nível mundial. A União Europeia emite directivas que são transpostas para a legislação nacional com o objectivo de resolver alguns problemas ou, pelo menos, reduzir o impacto negativo que os resíduos provocam no nosso planeta. “A correcta gestão dos resíduos apresenta-se como um desafio inadiável para as sociedades modernas” (Decreto-Lei n.º 239/97, de 9 de Setembro).

O Decreto-Lei n.º 178/2006, de 5 de Setembro relativo ao regime geral da gestão de resíduos apresenta-se como documento nacional principal na área e foi resultado da transposição da Directiva 12/2006/CE, de 5 de Abril, documento comunitário orientador. Segundo esse mesmo documento, entende-se por *resíduos*, “quaisquer substâncias ou objectos (...) de que o detentor se desfaz ou tem a intenção ou a obrigação de se desfazer”. Define ainda *resíduo urbano* como “o resíduo proveniente de habitações bem como outro resíduo que, pela sua natureza ou composição, seja semelhante ao resíduo proveniente de habitações”. São ainda apresentadas duas definições importantes para o trabalho aqui desenvolvido; são elas a *Gestão* e a *Recolha*. Fazem parte da “Gestão: a recolha, o transporte(...) dos resíduos”, sendo “Recolha: a operação de apanha, triagem e/ou mistura de resíduos com vista ao seu transporte”.

A Portaria n.º 335/97, de 16 de Maio é, a nível nacional, o principal documento relativo ao transporte interno de resíduos que visa proteger e melhorar a qualidade do ambiente e da saúde pública, ao fixar regras a que o transporte de resíduos fica sujeito.

Relativamente aos aterros, o regime jurídico da deposição de resíduos em aterro e os requisitos gerais a observar na concepção, construção, exploração, encerramento e pós-encerramento de aterros, incluindo as características técnicas específicas para cada classe de aterros, encontram-se estabelecidos no Decreto-Lei n.º 183/2009, de 10 de Agosto resultante da transposição para a legislação nacional da Directiva 1999/31/CE, de 26 de Abril.

Uma lista exaustiva dos principais documentos legislativos nacionais e comunitários relacionados com a gestão de resíduos pode ser encontrada no Plano Nacional de Gestão de Resíduos (PNGR) 2011-2020.

3.1.2 A realidade portuguesa

O Plano Estratégico para os Resíduos Sólidos Urbanos (PERSU II) 2007-2016 aprovado pela Portaria n.º 186/2007 de 12 de Fevereiro, “aponta a estratégia, define as prioridades e estabelece as metas que se pretendem atingir para o período de 2007 a 2016, em matéria de resíduos sólidos urbanos.” Este plano surge na sequência de um outro o PERSU aprovado pelo governo em 1997 onde, pela primeira vez, são apresentados passos fundamentais na concretização de uma política de resíduos.

Numa secção dedicada à produção e ao destino final dos RSU, o PERSU II apresenta valores relativos à evolução da produção de RSU bem como a capitação diária, em Portugal Continental, no período 1995-2005, tal como se ilustra na Figura 3.1.

Segundo o mesmo plano, há evidências fortes de que a produção de resíduos está muito relacionada com o consumo e com o crescimento

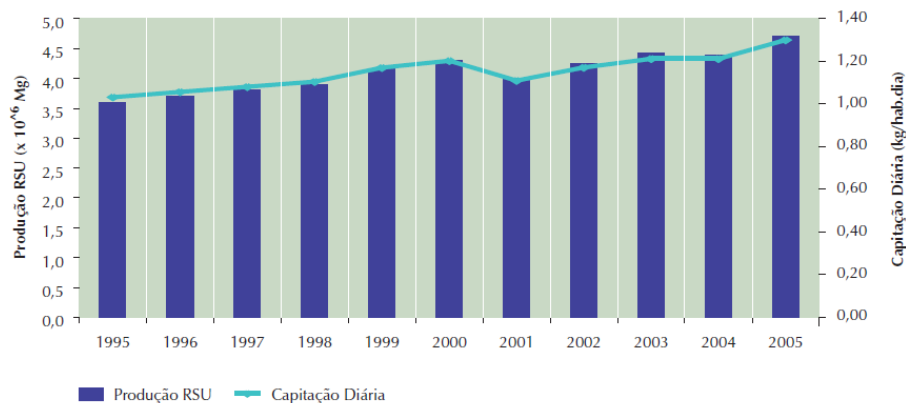


Figura 3.1: Produção de RSU e capacitação diária em Portugal Continental (1995-2005) - Fonte PERSU II 2007-2016

económico.

Essa evidência justifica, de alguma maneira, os resultados obtidos em estudos mais recentes que indicam uma ligeira diminuição na quantidade de resíduos produzidos *per capita*.

Olhando para Portugal no contexto europeu, os valores apresentados no PNGR 2011-2020, relativos ao ano de 2008, revelam que Portugal, apesar de se encontrar abaixo da média da UE, no que diz respeito à produção de resíduos urbanos e equiparados e de resíduos não urbanos, apresenta uma capacitação nacional de produção de resíduos de 3,4t/hab.ano. A Figura 3.2 apresenta valores que revelam a distribuição da produção apenas de resíduos urbanos em vários países europeus, entre os quais Portugal, entre 1995 e 2008.

O PNGR 2011-2020 indica que uma parte muito significativa, mais de 60%, dos resíduos urbanos e equiparados em Portugal são eliminados em aterro (dados até 2009), Figura 3.3. Mesmo quando considerado o total dos resíduos produzidos em Portugal, isto é, os resíduos urbanos e equiparados e os não urbanos, no ano de 2009, verificou-se que a maioria das 28,8Mt produzidas, cerca de 45,4%, foram depositados em aterro conforme pode ser constatado na Figura 3.4

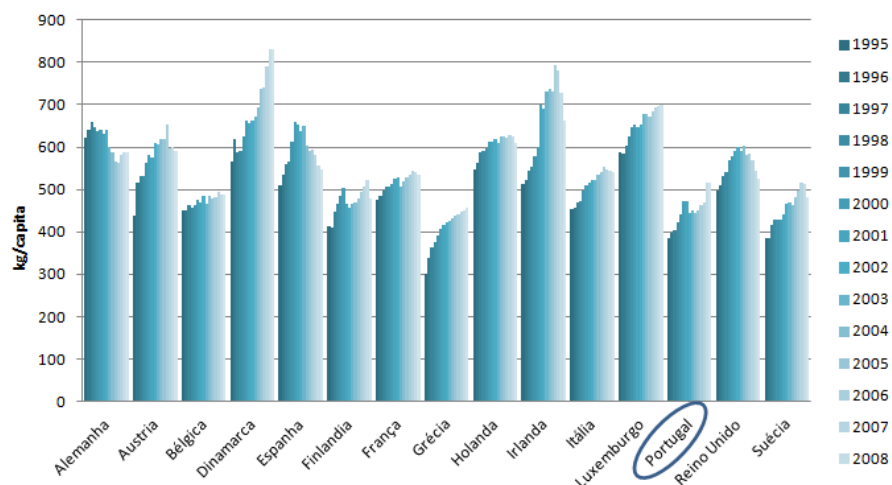


Figura 3.2: Distribuição da produção de Resíduos Urbanos (1995-2008) em países europeus - Fonte PNGR 2011-2020

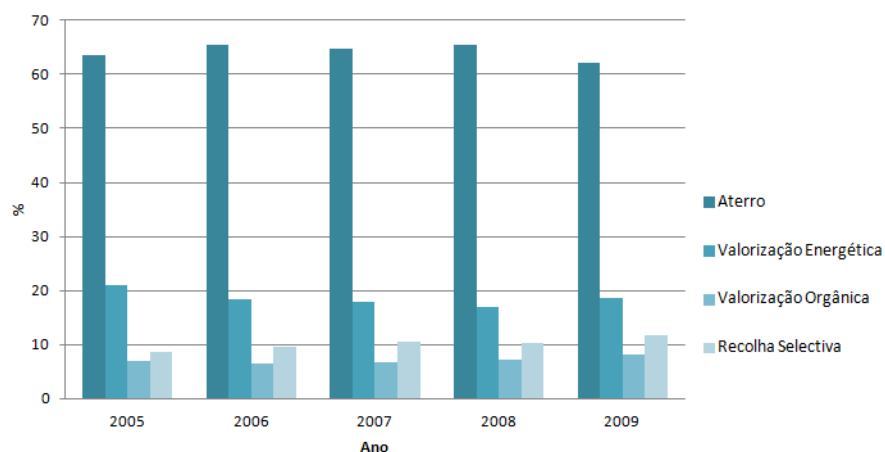


Figura 3.3: Distribuição dos Resíduos Urbanos em Portugal por Operação de Gestão - Fonte PNGR 2011-2020

Pelo que foi dito, pode concluir-se que os aterros, em Portugal, continuam a ser o destino de uma grande quantidade de resíduos.

No sentido de uma melhor gestão dos resíduos e por forma a reduzir os percursos efectuados pelos veículos, aquando da recolha desses mesmos resíduos, alguns municípios dispõem, para além de aterros, de estações de transferência. Trata-se de instalações de *deposição tempo-*



Figura 3.4: Produção e destino final de resíduos em Portugal em 2009 - Fonte PNGR 2011-2020

rária de resíduos. Posteriormente, veículos de maiores dimensões ficam encarregues do transporte destes mesmos resíduos até aos aterros. As estações de transferência surgem quando a distância entre as localidades onde as recolhas são efectuadas e os aterros é muito elevada. Em muitos casos, toma-se “25km” como o valor de referência para a justificação da construção de uma estação de transferência. Não se trata de uma imposição, pois há situações em que a distância é bastante superior e não é apresentada outra alternativa à frota de veículos colectores, senão o(s) aterro(s). Nos últimos anos, a par da erradicação das lixeiras (as últimas lixeiras activas em Portugal foram encerradas em 2001), houve um aumento significativo do número de estações de transferência e do número de aterros bem como do número de outras infra-estruturas de gestão de resíduos.

²ETAR's - Estações de Tratamento de Águas Residuais

A Tabela 3.1 apresenta, de maneira mais detalhada, algumas características das freguesias de Monção: o nome de cada freguesia, a respectiva área, o número de habitantes (Censos 2011) e ainda a distância de cada freguesia à sede de concelho - Monção.

De notar que as freguesias aqui consideradas e retratadas são as anteriores às publicadas na Lei n.º 11-A/2013, de 28 de Janeiro que aprova a reorganização administrativa do território das freguesias. Actualmente as anteriores 33 freguesias do concelho de Monção, deram lugar a apenas 24 com a junção das anteriores freguesias de: Anhões e Luzio; Ceivães e Badim; Mazedo e Cortes; Messegães, Valadares e Sá; Monção e Troviscoso; Sago, Lordelo e Parada e, por fim, Troporiz e Lapela. No entanto, por esta nova divisão territorial em nada influenciar o exposto nesta tese, na sua essência, será considerada a situação inicialmente apresentada de 33 freguesias.

De acordo com as informações cedidas pela Câmara Municipal de Monção, desde 2008 até final de 2012, os habitantes deste concelho foram responsáveis pela deposição em aterro de 30.500 toneladas de resíduos a que corresponde uma média de 18 toneladas por dia. Segundo a mesma fonte, os valores das quantidades anuais de resíduos indiferenciados (apenas aqueles cujo destino final é o aterro) são os apresentados na Tabela 3.2.

A diminuição em 2011 e 2012 da quantidade de resíduos, *per capita*, enviados para aterro, está em linha com o que se verifica em Portugal de uma maneira geral e parece estar relacionada com a diminuição do consumo verificado desde então. Também é de notar uma ligeira diminuição na densidade populacional nos últimos anos. Com a entrada no século XXI, verificou-se a passagem da população residente para um limiar abaixo dos 20 mil habitantes. No Censos 2001, Monção apresentava-se com 19.646 habitantes tendo este número diminuído no último Censos (2011) para 19.230, tal como referido anteriormente.

Tabela 3.1: Composição das 33 freguesias de Monção - dados referentes a 2011

<i>Freguesia</i>	Área (km^2)	Nº de hab.	Dist. à sede concelho (km)
Abedim	8,89	205	13
Anhões	7,24	140	15
Badim	7,1	178	12
Barbeita	7,53	1016	7
Barroças e Taias	2,46	319	10
Bela	4,22	698	4
Cambeses	4,17	496	1
Ceivães	3,46	492	9,5
Cortes	4,74	1518	1
Lapela	1,56	223	6
Lara	5,33	266	6
Longos Vales	12,04	989	6
Lordelo	5,52	116	9
Luzio	6,18	120	15
Mazedo	7,35	1859	1
Merufe	28,49	1097	14
Messegães	2,06	253	11
Monção	3,31	2469	-
Moreira	3,51	615	5
Parada	1,76	107	8
Pias	10,04	854	8
Pinheiros	2,81	345	5
Podame	3,66	278	14
Portela	9,15	242	13
Riba de Mouro	13,94	964	20
Sá	3,96	200	13
Sago	2,81	225	5
Segude	2,56	356	18
Tangil	21,34	768	4
Troporiz	2,38	274	4
Troviscoso	5,37	1066	1
Trute	4,71	277	10
Valadares	1,86	205	10

Tabela 3.2: Quantidades anuais de resíduos indiferenciados no concelho de Monção

<i>Ano</i>	Quantidade (t/ano)	Capitação (t/hab.ano)
2008	5.839,56	0,88
2009	6.211,18	0,94
2010	6.323,02	0,96
2011	6.154,73	0,92
2012	6.034,26	0,90

Ainda de referir que, sendo Monção uma região do interior do território muito sujeita às vagas de emigração/migração, apresenta, durante o período de Verão e épocas festivas, um aumento significativo da população. Este aumento revela-se, de forma bem notória, numa maior quantidade de resíduos produzidos levando a um acréscimo no número de visitas semanais, por parte dos veículos de recolha. A Figura 3.6 reflecte a distribuição das 5.839,56 toneladas de resíduos produzidos ao longo do ano de 2008, quer na vila e Monção e zonas limítrofes, quer nas diferentes freguesias do concelho mais afastadas da sede. Estes dados foram cedidos pela Câmara Municipal de Monção à empresa responsável pela recolha de RSU.

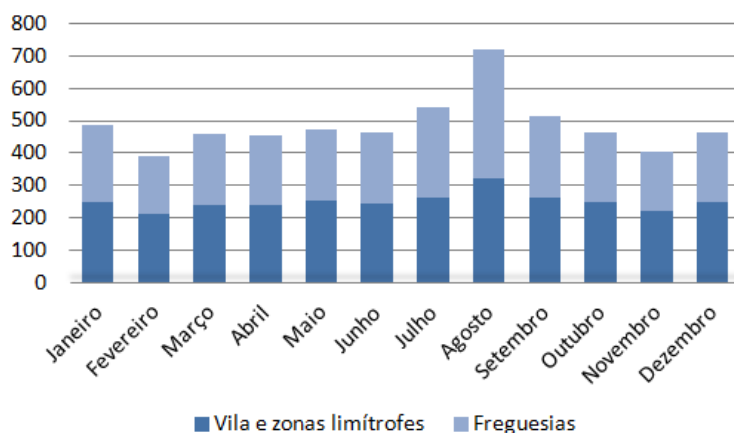


Figura 3.6: Distribuição dos resíduos produzidos no concelho de Monção ao longo do ano de 2008

Pelas diferenças inerentes à própria densidade populacional, Monção encontra-se naturalmente dividido em duas partes de características distintas, o que implica diferentes necessidades relativamente à periodicidade da recolha. Uma parte mais *urbana*, relativa à própria vila de Monção e freguesias limítrofes e uma outra parte mais *rural*, que engloba as restantes freguesias. A recolha da parte urbana deverá ser efectuada todos os dias da semana. Na zona rural, dependendo da altura do ano, a recolha é feita duas ou três vezes por semana. Assim, de acordo com o estipulado pela entidade adjudicante, a periodicidade de recolha deverá obedecer ao estipulado no caderno de encargos, ou seja, durante a maior parte do ano, todas as freguesias, com excepção de Mazedo, Cortes e Monção (vila), que têm recolhas diárias, deverão ter recolhas bissemanais incluindo feriados. Nos meses de Verão (15 de Junho a 15 de Setembro), pelas razões já referidas, a quantidade de resíduos produzidos aumenta, obrigando ao reforço de veículos e as recolhas bissemanais passam a trissemanais.

De salientar a impossibilidade de acesso, com veículo colector, à zona mais antiga e central da vila de Monção. A Figura 3.7 apresenta algumas fotografias da zona central de Monção onde se verifica essa impossibilidade.

Esta restrição justifica a presença de um único contentor na zona mais central de Monção. A Figura 3.8 (a) indica a localização do referido contentor enterrado estando este retratado na Figura 3.8 (b).

3.2.2 Características dos dispositivos afectos ao local

Actualmente, o concelho de Monção conta com mais de 1600 contentores que se distribuem por diferentes tipos e capacidades. Os mais



Figura 3.7: Algumas ruas muito estreitas no centro histórico da vila de Monção

comuns são os contentores de 800 litros em polietileno, ver Figura 3.9.

Os contentores de maiores dimensões, Moloks ou semienterrados e enterrados (com capacidade de 3000l e 5000l), são raros sendo mais usuais em regiões mais urbanas obrigando à existência de grua no veículo colector, ver Figura 3.10.

Há ainda a salientar, embora em menor escala, situações em que a recolha é efectuada “porta-a-porta”, o vulgar saco plástico deixado na via pública, em frente à porta ou pequenos recipientes que são colocados pela população ao longo do percurso de recolha, como se pode constatar na Figura 3.11.

Relativamente aos veículos de recolha, a frota é composta por dois tipos de veículos. O mais usual, um veículo com grua com capacidade para $16m^3$ e um outro, mais pequeno, de $7m^3$, sem grua, usado quando necessário como reforço ao primeiro. Todos os veículos apresentam uma tripulação de três trabalhadores, composta por um motorista e dois cantoneiros e dispõem de kits de limpeza completos. O veículo de maior dimensão possui sacos em polietileno de 3 e $5m^3$ para colocação nos

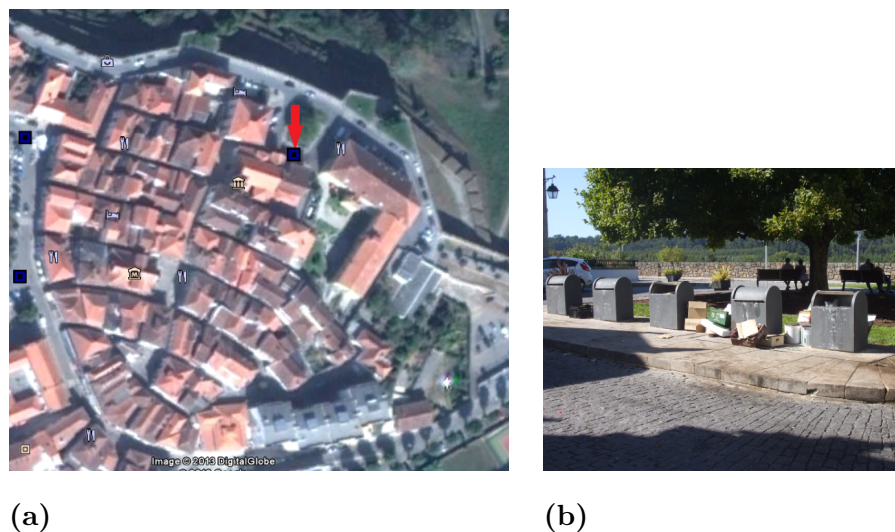


Figura 3.8: Localização (a) do contentor enterrado (b) no centro histórico de Monção

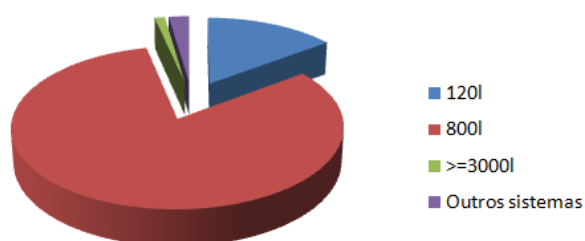


Figura 3.9: Distribuição dos contentores por tipologia

contentores enterrados e moloks. Todos os veículos apresentam mecanismos de compactação, que permitem recolher um maior volume de resíduos. Sendo que, factores como o tipo de resíduo ou a percentagem de humidade relativa, podem influenciar os resultados dessa compactação.

A garagem, local de início e de fim de percurso para todos os veículos, situa-se a sudoeste da vila de Monção. Para deposição dos seus RSU, Monção conta com um aterro em S. Pedro da Torre, no concelho de Valença, e uma estação de transferência em Messegães, geridos pela



Figura 3.10: Utilização da grua na recolha de um contentor semi-enterrado (Fotografia cedida pela empresa)



Figura 3.11: Resíduos deixados à porta para serem recolhidos (Fotografias cedidas pela empresa)

empresa Valorminho - Valorização e Tratamento de Resíduos Sólidos, S.A..

De acordo com o plano estipulado pela empresa, considerando as exigências da autarquia e de acordo com o já referido Decreto-Lei n.º 178/2006, de 5 de Setembro consideram-se resíduos sólidos urbanos e, assim sendo, alvo de recolha:

- **Resíduos sólidos domésticos** - os produzidos em habitações ou que embora produzidos em locais não destinados a habitação, a eles se assemelham;
- **Resíduos industriais ou equiparados a RSU** - aqueles que,

pela sua natureza ou composição, se assemelham aos resíduos sólidos domésticos;

- Os resíduos sólidos procedentes de **estabelecimentos comerciais, turísticos, hoteleiros, escritórios, serviços públicos** e similares;
- Os resíduos sólidos procedentes do serviço de **limpeza das vias públicas, parques, jardins públicos, cemitérios, edifícios públicos** e escolas;
- **Resíduos sólidos hospitalares equiparados a RSU**, ou seja, resíduos sólidos domésticos produzidos em hospitais, centros de saúde e similares **não contaminados** por quaisquer produtos biológicos, físicos ou químicos, tal como figura no Despacho n.º 16/90, de 21 de Agosto;
- Resíduos sólidos produzidos em **mercados, actividades culturais e desportivas** (imediatamente após a actividade).

Continuando a citar o documento apresentado pela empresa de recolha de RSU e tendo em conta as exigências impostas no Caderno de Encargos, ficam excluídos do âmbito da prestação de serviço:

- A recolha de produtos de entulho, terras, escombros e resíduos de obras;
- A recolha de carácter meramente industrial;
- A recolha de Ecopontos (vidro, cartão, plástico e vidro);
- A recolha de resíduos verdes urbanos.

3.3 Contornos do caso de estudo

A Figura 3.12 mostra, de forma simplificada, o problema de Recolha de RSU aqui tratado. A preocupação recai, no presente trabalho, na

recolha de resíduos indiferenciados. Os veículos, partindo sempre de uma garagem, deverão proceder à recolha dos resíduos em causa e, sempre que necessário, fazer descargas ou em aterros ou em estações de transferência. No final de cada turno de trabalho, o veículo deverá regressar vazio, à garagem. Outros veículos, de maior capacidade, propriedade de uma segunda empresa, tratarão do transporte dos resíduos das estações de transferência para os aterros. O percurso destes últimos veículos sai fora do âmbito do tema aqui apresentado.

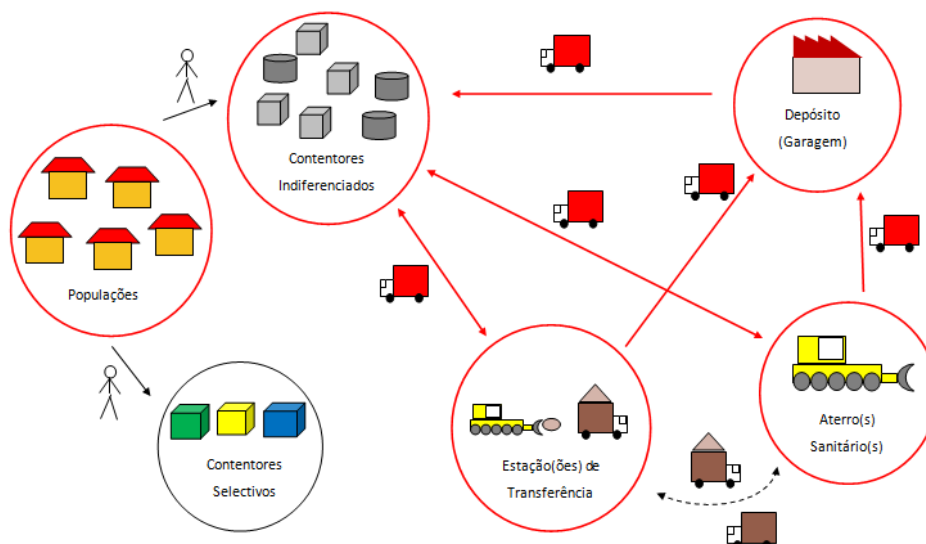


Figura 3.12: Esquema simplificado do processo de recolha de RSU

Ao longo deste trabalho foram sempre tidas em consideração as especificidades próprias da região. Tratando-se de um problema com uma forte componente rural foi tomada em atenção a própria geografia do terreno e, por vezes, a falta de infra-estruturas viárias entre freguesias. A ausência de estrada (transitável por um veículo de recolha de RSU) torna duas localidades aparentemente próximas em linha recta, em localidades afastadas, quando considerados os custos/tempos na deslocação entre elas.

Um outro aspecto que foi tido em linha de conta e que acabou por influenciar alguns dos desenvolvimentos apresentados, prende-se com a tentativa de tentar incluir, o mais possível, o conhecimento de *experiências passadas* no modelo. A experiência das pessoas directamente envolvidas na resolução deste problema poderá ser usada como *input* no modelo.

Os dados relativos às coordenadas geográficas da localização dos contentores foram facultados pela empresa responsável pela recolha de RSU em Monção e, como tal, correspondem não a uma situação hipotética mas à situação real vivida neste concelho. Ainda relativamente à empresa em causa, é de salientar que a mesma possuía um sistema de geo-referenciação que permitia, praticamente em tempo real, localizar os veículos e obter informações como velocidades ou históricos das rotas. No entanto, o sistema em causa não permitia elaborar o desenho antecipado das rotas, nem efectuar algum tipo de melhoramento das rotas estipuladas.

Os pontos de deposição de resíduos em Monção, tal como já foi mencionado, consistem em dois locais: o aterro de Valença e a estação de transferência de Messegães. No entanto, a estação de transferência de Messegães, por apresentar limites na quantidade de resíduos que recebe, impõe um número máximo de visitas diárias. Esta estação, para além de ser um local que a própria população utiliza para deposição de objectos de maiores dimensões (monos), é igualmente usada por um concelho vizinho a Monção: Melgaço.

Capítulo 4

Modelos de Optimização de Rotas

“Na medida em que as proposições da matemática se referem à realidade, elas não são certas, e na medida em que são certas, elas não se referem à realidade”

Albert Einstein (1879-1955)

Neste capítulo, dedicado à apresentação dos modelos de optimização de rotas, são descritas diferentes situações com relevância teórica e prática. Assim se tomará em consideração frotas heterogéneas ou não, se a garagem é também ponto de deposição ou não, se os pontos de deposição são ou não únicos e, finalmente, se o número de despejos no(s) ponto(s) de deposição é limitado ou não. A conjugação das diferentes características deu origem a três modelos distintos que, acompanhados de exemplos ilustrativos serão a base do Capítulo 4.

4.1 Introdução

As formulações matemáticas aqui apresentadas, tiveram por base a de Gouveia et al. [2010] para o caso do CARP Misto (MCARP) e poderão ser consideradas como extensões desta no intuito de poderem ser apresentadas em situações mais abrangentes.

O primeiro caso, descrito na Secção 4.2, refere-se à situação onde diferentes veículos, com diferentes capacidades e custos constituem a frota disponível para recolha. Por terem diferentes características, poderão existir ruas de acesso vedado a alguns veículos. Por exemplo, ruas estreitas onde veículos de maiores dimensões poderão ter dificuldade em circular ou ruas com contentores enterrados ou semi-enterrados que não poderão ser servidas por veículos de menores dimensões, por não possuírem grua. Ainda a salientar dois aspectos: algumas ruas poderão apresentar sentidos proibidos e o facto de a garagem, neste modelo, coincidir com o ponto de deposição de resíduos.

O segundo caso, na Secção 4.3, refere-se à situação onde um veículo, com capacidade limitada, começa e finaliza cada turno de trabalho numa garagem. Existem um ou mais pontos dispersos onde o veículo efectuará as descargas de resíduos e que nunca funcionam como depósito (ou garagem) de veículos. Os pontos de deposição poderão apresentar limitação no número de descargas diárias efectuadas pelos veículos.

Por fim, a terceira situação, abordada na Secção 4.4, caracteriza-se pela existência de veículos diferentes e, simultaneamente, diferentes aterros que poderão apresentar, todos ou parte deles, limitações na recepção de resíduos. Este último caso acaba por ser resultado da junção dos dois primeiros.

4.2 Frota heterogénea e um depósito

4.2.1 P veículos, três tipologias

Tal como referido, procedeu-se à extensão para o caso de três tipos de veículos distintos de recolha. A razão da escolha de três tipos diferentes prende-se com o facto de ser suficientemente abrangente, por ser comum a composição das frotas não apresentar maior diversidade de veículos. Esta situação representa, por exemplo, a existência de dois tipos de veículos de maiores dimensões, com capacidade idêntica mas em que um dos veículos possui grua e outro não. Ainda um terceiro tipo de veículo, de menores dimensões, sem grua, que funciona como veículo de suporte em altura de maior produção de resíduos ou para acesso a ruas mais estreitas no coração das zonas urbanas, foi acrescentado à frota. De notar que os veículos de maiores dimensões, embora tenham acesso às mesmas ruas, diferem no serviço prestado. Um veículo com grua pode recolher resíduos proveniente de um qualquer contentor, enquanto um veículo sem grua fica impedido de recolher contentores semi-enterrados (moloks) ou contentores enterrados. Considere-se, por exemplo, um contentor situado numa rua de difícil acesso para um veículo longo (ruas estreitas, curvas apertadas, ruas onde é comum existirem veículos mal estacionados,...) e um outro que seja um contentor enterrado. Estes dois contentores nunca poderão fazer parte da mesma rota, por muito próximos que estejam um do outro.

Os veículos, para além de apresentarem diferentes capacidades má-

ximas de carga, poderão apresentar, para iguais percursos, diferentes custos tanto de recolha como de passagem sem recolha este último denominado passagem em vazio (“deadheading”). Esta distinção surgiu para dar resposta a questões práticas relacionadas com a grande dificuldade ou até mesmo impossibilidade, de alguns veículos, de elevadas dimensões, terem acesso a ruas com características especiais (por exemplo, ruas muito estreitas ou demasiado inclinadas) e à necessidade dos camiões terem que apresentar determinadas características para efectuarem a recolha em determinado tipo de contentores.

4.2.2 Apresentação formal

Suponha-se assim, numa frota com P veículos divididos em 3 tipos da seguinte forma:

- P_1 veículos são do tipo T_1 ;
- P_2 veículos são do tipo T_2 ;
- P_3 veículos são do tipo T_3 .

Por cada veículo estar perfeitamente identificado com uma das tipologias e por não existirem outros veículos, pode dizer-se que: $P = P_1 + P_2 + P_3$.

C é um conjunto constituído por P circuitos ordenado da seguinte maneira: as primeiras P_1 rotas são as dos veículos T_1 , depois, as seguintes P_2 rotas são as dos veículos T_2 e, finalmente, as últimas P_3 rotas são as dos veículos T_3 . Define-se assim C_1 , C_2 e C_3 da seguinte maneira:

$$C_1 = \{1, 2, \dots, P_1\}$$

$$C_2 = \{P_1 + 1, \dots, P_1 + P_2\}$$

$$C_3 = \{P_1 + P_2 + 1, \dots, P\}$$

Considere-se ainda o grafo $G = (V, A)$, onde V representa o conjunto dos vértices e A o conjunto das ligações (arestas/arcs) entre vértices.

As ligações requeridas estão representadas por R e dividem-se entre A_R e E_R que designam, respectivamente, os arcos e as arestas requeridas.

A matriz $B = [b_{ij}]_{(i,j) \in A}$ representa, para cada ligação (i, j) , a possibilidade de recolha por parte dos veículos colectores a cada ligação (i, j) .

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{qualquer veículo pode servir a ligação } (i, j) \\ 1, & \text{veículos do tipo } T_1 \text{ não podem servir a ligação } (i, j) \\ 2, & \text{apenas veículos tipo } T_3 \text{ podem servir a ligação } (i, j) \end{cases}$$

Considere-se ainda c_{ij}^1 , c_{ij}^2 e c_{ij}^3 como sendo os custos de passagem pela ligação (i, j) ao efectuar a recolha, respectivamente, pelos veículos tipo T_1 , T_2 e T_3 . Analogamente e seguindo a mesma ordem, d_{ij}^1 , d_{ij}^2 e d_{ij}^3 referem-se aos custos de passagem sem recolha (“em vazio” ou “deadheading”).

Relativamente às capacidades, ou seja, à quantidade que cada veículo consegue recolher, estas aparecem definidas de acordo com a tipologia por Q_1 , Q_2 e Q_3 . A procura na ligação (i, j) é representada por $q_{ij} \geq 0$ tomando o valor 0 no caso de a ligação ser não requerida ou facultativa.

Associado a cada tipo de veículo, T_1 , T_2 e T_3 , é ainda acrescentado o custo de descarga do veículo como λ_1 , λ_2 e λ_3 , respectivamente.

Ainda:

$$x_{ij}^p = \begin{cases} 1, & \text{ligação } (i, j) \text{ é servida no circuito } p \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

y_{ij}^p = número de vezes que a ligação (i, j) é atravessada sem serviço no circuito p .

Modelo 1

Min

$$\sum_{e=1}^3 \left[\sum_{p \in C_e} \left(\sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^p \cdot c_{ij}^e + \sum_{(i,j) \in A} y_{ij}^p \cdot d_{ij}^e + \lambda_1 \left(\sum_{(i,1) \in R} x_{i1}^p + \sum_{(i,1) \in A} y_{i1}^p \right) \right) \right] \quad (4.1)$$

s.a

$$\sum_{j:(j,i) \in A} y_{ji}^p + \sum_{j:(i,j) \in R} x_{ij}^p = \sum_{j:(j,i) \in A} y_{ji}^p + \sum_{j:(j,i) \in R} x_{ji}^p, \forall i \in V, p = 1, \dots, P \quad (4.2)$$

$$\sum_{p \in C} x_{ij}^p = 1, \forall (i, j) \in A_R \quad (4.3)$$

$$\sum_{p \in C} (x_{ij}^p + x_{ji}^p) = 1, \forall (i, j) \in E_R \quad (4.4)$$

$$\sum_{j:(1,j) \in A} y_{1j}^p + \sum_{j:(1,j) \in R} x_{1j}^p = 1, p = 1, \dots, P \quad (4.5)$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji}^p - \sum_{j:(i,j) \in A} f_{1j}^p = \sum_{j:(j,i) \in R} q_{ji} x_{ji}^p, i \in V \setminus \{1\}, p = 1, \dots, P \quad (4.6)$$

$$\sum_{j:(1,j) \in A} f_{1j}^p = \sum_{(i,j) \in R} q_{ij} x_{ij}^p, p = 1, \dots, P \quad (4.7)$$

$$\sum_{i:(i,1) \in A} f_{i1}^p = \sum_{i:(i,1) \in R} q_{i1} x_{i1}^p, p = 1, \dots, P \quad (4.8)$$

$$\sum_{p \in C_1} x_{ij}^p = 0, \forall (i, j) \in A_R : b_{ij} = 1 \quad (4.9)$$

$$\sum_{p \in C_1} x_{ij}^p + \sum_{p \in C_2} x_{ij}^p = 0, \forall (i, j) \in A_R : b_{ij} = 2 \quad (4.10)$$

$$\sum_{p \in C_1} (x_{ij}^p + x_{ji}^p) = 0, \forall (i, j) \in E_R : b_{ij} = 1 \quad (4.11)$$

$$\sum_{p \in C_1} (x_{ij}^p + x_{ji}^p) + \sum_{p \in C_2} (x_{ij}^p + x_{ji}^p) = 0, \forall (i, j) \in E_R : b_{ij} = 2 \quad (4.12)$$

$$f_{ij}^p \leq Q_e(y_{ij}^p + x_{ij}^p), \forall (i, j) \in A, p \in C_e, e = 1, 2, 3 \quad (4.13)$$

$$x_{ij}^p \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in R, p = 1, \dots, P \quad (4.14)$$

$$f_{ij}^p \geq 0, \forall (i, j) \in A, p = 1, \dots, P \quad (4.15)$$

$$y_{ij}^p \geq 0, \text{integer}, \forall (i, j) \in A, p = 1, \dots, P \quad (4.16)$$

As restrições da (2) até à (8) e da (10) até à (12) de Gouveia et al. [2010] são mantidas. Os veículos do tipo T_1 não podem servir algumas ligações, restrições (4.9) e (4.11). Há ligações que têm que ser obrigatoriamente servidas pelos veículos do tipo T_3 , restrições (4.10) e (4.12). A quantidade recolhida por cada veículo deve respeitar as capacidades dos veículos, restrições (4.13).

4.2.3 Exemplo com 5 veículos de 3 tipos

A título de exemplo, suponha-se a situação em que, perante uma frota de 5 veículos de 3 tipos diferentes, de acordo com o apresentado na Figura 4.1, se pretende construir os respectivos circuitos que deverão começar e acabar no depósito (representado pelo triângulo), Figura 4.2.

O grafo apresentado na Figura 4.2 representa o mapa de ruas por onde os veículos colectores poderão circular. Trata-se de um grafo misto, com arestas e arcos que, como habitualmente, se referem ao facto de nem todas as ruas poderem ser atravessadas nos dois sentidos. As linhas a tracejado referem-se a ruas onde a passagem não é obrigatória em oposição às linhas a cheio que representam ligações requeridos.

Os custos de passagem em serviço de recolha e os custos de passagem sem recolha ou “deadheading”, em cada ligação e para cada tipo de veículo, bem como o tipo de ligação, a procura e as limitações de passagem constam da Tabela 4.1.




Tipo de Veículo	Quantidade	Capacidade	Custo de despejo
 T_1	$P_1 = 2$	$Q_1 = 7$	$\lambda_1 = 3$
 T_2	$P_2 = 1$	$Q_2 = 5$	$\lambda_2 = 2$
 T_3	$P_3 = 2$	$Q_3 = 3$	$\lambda_3 = 1$

Figura 4.1: Composição da frota

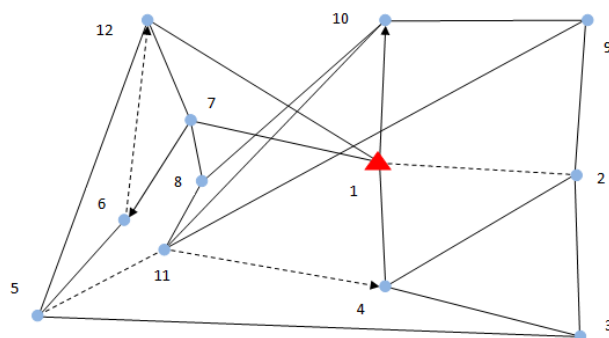


Figura 4.2: Grafo com 12 vértices e 23 ligações

De maneira mais detalhada, pode dizer-se que:

- u - toma os valores 0 ou 1 consoante a ligação é um arco ou uma aresta, respectivamente;
- r - toma os valores 0 ou 1 consoante a ligação é facultativa ou requerida, respectivamente;
- c_{ij}^1 , c_{ij}^2 e c_{ij}^3 - custo associado à passagem pela ligação (i, j) de cada tipo de veículo com serviço de recolha (se $r=0$ ou se não é possível efectuar a recolha com algum tipo de veículo os custos de passagem com recolha associados a esse(s) veículo(s) aparece(m)

Tabela 4.1: Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 3 veículos e 1 ponto de descarga)

Ligação (i, j)	u_{ij}	r_{ij}	c_{ij}^1	c_{ij}^2	c_{ij}^3	d_{ij}^1	d_{ij}^2	d_{ij}^3	q_{ij}	b_{ij}
(1,2)	1	0	-	-	-	10	9	8	0	0
(1,4)	1	1	17	16	15	14	13	12	2	0
(1,7)	1	1	19	18	17	16	15	14	1	0
(1,10)	0	1	-	18	17	16	15	14	1	1
(1,12)	1	1	4	3	2	3	2	1	3	0
(2,3)	1	1	18	17	16	15	14	13	2	0
(2,4)	1	1	-	8	7	6	5	4	1	1
(2,9)	1	1	3	2	1	2	1	1	2	0
(3,4)	1	1	-	19	18	17	16	15	1	1
(3,5)	1	1	5	4	3	3	2	1	1	0
(5,6)	1	1	7	6	5	4	3	2	1	0
(5,11)	1	0	-	-	-	17	16	15	0	0
(5,12)	1	1	-	10	9	8	7	6	1	1
(6,7)	1	1	4	3	2	3	2	1	1	0
(6,12)	1	0	-	-	-	2	1	1	0	0
(7,8)	1	1	-	7	6	5	4	3	1	1
(7,12)	1	1	18	17	16	15	14	13	1	0
(8,10)	1	1	3	2	1	2	1	1	1	0
(8,11)	1	1	10	9	8	7	6	5	1	0
(9,10)	1	1	-	15	14	13	12	11	1	1
(9,11)	1	1	-	13	12	11	10	9	1	1
(10,11)	1	1	-	11	10	9	8	7	1	1
(11,4)	0	0	-	-	-	3	2	1	0	0

como “-”);

- d_{ij}^1 , d_{ij}^2 e d_{ij}^3 - custo associado à passagem pela ligação (i, j) de cada tipo de veículo sem efectuar serviço de recolha (*deadheading*);
- q_{ij} - representa a procura na ligação, ou seja, a quantidade de resíduo a recolher na rua em causa;
- b_{ij} - indica as limitações de passagem, na ligação (i, j) , dos diferentes tipos de veículos - 0: ausência de impedimentos, 1: impossibilidade de recolha dos veículos T_1 e 2: recolha apenas permitida a veículos T_3 .

O resultado obtido para os circuitos de cada veículo que constitui a frota encontra-se representado na Figura 4.3 distribuído pelas diferentes tipologias dos veículos (T_1 , T_2 e T_3). A solução óptima encontrada corresponde a um custo de 258 ¹.

4.3 O mesmo veículo, vários pontos de deposição

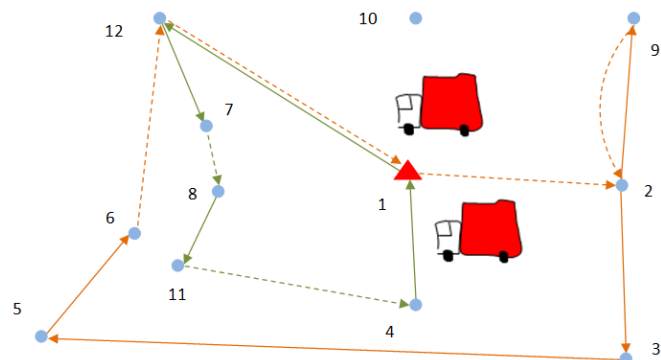
4.3.1 Vários aterros com “diferentes capacidades”

Ao longo desta secção é apresentada a situação que mais se aproxima com o caso de estudo apreciado nesta dissertação. Um veículo parte da garagem, à qual deverá retornar vazio no final de um dia de trabalho. De cada vez que o veículo se encontra cheio deverá efectuar a descarga num dos pontos disponíveis para o efeito. Acresce o facto de alguns dos pontos de deposição de resíduos poderem apresentar limitações quanto ao número de visitas recebidas diariamente. As limitações em causa devem-se, essencialmente, às reduzidas dimensões dos referidos pontos situação já descrita no Capítulo 3. Aos diferentes pontos de deposição podem ser associados custos de despejo. Ainda de referir que a entrada num ponto de deposição (aterro ou estação de transferência) obriga ao esvaziamento do veículo, isto é, os pontos de deposição não são considerados simples pontos de passagem. Na situação aqui retratada, não existem ligações requeridas a incidir nos pontos de deposição.

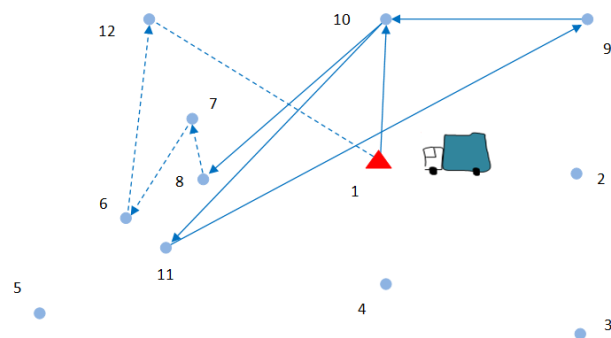
4.3.2 Apresentação formal

O modelo para o novo problema que acaba de ser descrito, aqui denominado como MCARP com Múltiplos Aterros Limitados (MCARP-*LML*

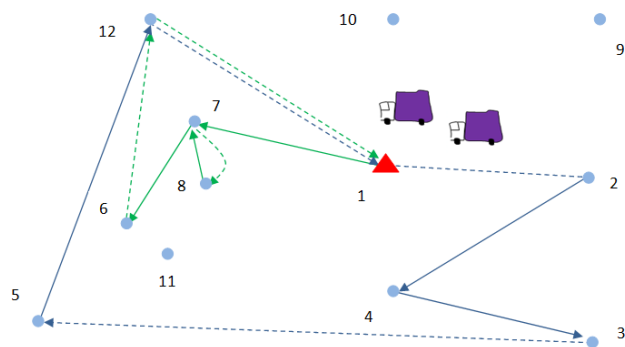
¹Resultado obtido com recurso ao CPLEX 12.5.1



(a)



(b)



(c)

Figura 4.3: (a) Dois circuitos associados aos veículos T_1 ; (b) Um circuito associado ao veículo T_2 ; (c) Dois circuitos associados aos veículos T_3

Limited Multi Landfill) apresenta-se seguidamente. O objectivo consiste em minimizar o custo das viagens entre o aterro/estação de transferência

e o depósito, ao mesmo tempo que a procura é satisfeita sem que a capacidade dos veículos colectores seja ultrapassada. Este modelo baseou-se no apresentado em Gouveia et al. [2010] para o MCARP.

Começando por introduzir as notações que serão usadas, suponha-se um grafo misto $G = (V^*, L)$ cujo conjunto dos vértices está representado por V^* e as ligações entre eles por $L = A \cup E$ (A e E representam, respectivamente, o conjunto dos arcos e das arestas).

$V^* = V' \cup V$ onde $V' = B \cup D$. B representa o conjunto dos vértices que correspondem a pontos de deposição (aterros ou estações de transferência), D identifica o depósito e V é a designação dada ao conjunto dos vértices *vulgares* (vértices que não representam nem depósito, nem aterros).

R é o conjunto de todas as ligações requeridas (de passagem obrigatória): Arcos requeridos A_R e arestas requeridas E_R .

T representa o número de viagens, uma viagem é considerada um percurso entre dois vértices de V' (com excepção do percurso entre D e D).

Q é a capacidade do veículo.

d_{ij} corresponde ao custo de passagem (sem recolha) pela ligação $(i, j) \in L$.

$c_{ij} > 0$ é o custo de servir (recolher resíduos) a ligação $(i, j) \in R$ ($c_{ij} = 0$ se $(i, j) \notin R$).

$q_{ij} > 0$ é a procura na ligação $(i, j) \in R$ ($q_{ij} = 0$ se $(i, j) \notin R$).

A primeira viagem deverá começar no depósito, sendo que a última deverá lá terminar. Quer no momento inicial, ao sair do depósito, quer no regresso, o veículo deverá estar vazio. Apesar de, a última viagem ser feita em vazio ela tem que ser tida em conta na formulação pois está dependente do último aterro visitado $b \in B$. Assim, no decorrer de um turno de trabalho, o veículo deverá esvaziar $T - 1$ vezes. Cada aterro b apresenta um número máximo de visitas permitidas, dada por l_b .

O depósito funciona, unicamente, como garagem, não sendo permitido fazer descargas nesse ponto.

$$x_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{se } (i, j) \text{ é servida por } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

y_{ij}^t representa o número de vezes que uma ligação (aresta ou arco) (i, j) é atravessada sem ser servida durante a viagem t .

z_{ij}^t é a quantidade de resíduo recolhido durante a viagem t depois de atravessar a ligação (i, j) .

O objectivo é o de minimizar o custo das T viagens (4.17).

λ_b representa o custo de despejo no ponto de deposição b .

Modelo 2

Min

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^t \cdot c_{ij} + \sum_{(i,j) \in L} y_{ij}^t \cdot d_{ij} + \lambda \sum_{b \in B: (i,b) \in L} y_{ib}^t \right) \quad (4.17)$$

s. a

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{(i,j) \in L} y_{ij}^t + \sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^t \right) = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{(j,i) \in L} y_{ji}^t + \sum_{(j,i) \in R} x_{ji}^t \right), \quad \forall i \in V^* \quad (4.18)$$

$$\sum_{(i,j) \in L} y_{ij}^t + \sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^t = \sum_{(j,i) \in L} y_{ji}^t + \sum_{(j,i) \in R} x_{ji}^t, \quad \forall i \in V; t = 1, \dots, T \quad (4.19)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{ij}^t = 1, \quad \forall (i, j) \in A_R \quad (4.20)$$

$$\sum_{t=1}^T (x_{ij}^t + x_{ji}^t) = 1, \quad \forall (i, j) \in E_R \quad (4.21)$$

$$\sum_{b \in V': (i,b) \in L} y_{ib}^t = 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.22)$$

$$\sum_{b \in V': (b,j) \in L} y_{bj}^t = 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.23)$$

$$\sum_{(i,b) \in L} y_{ib}^t = \sum_{(b,j) \in L} y_{bj}^{t+1}, \quad t = 1, \dots, T-1; \forall b \in B \quad (4.24)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{(b,j) \in L} y_{bj}^t \leq l_b, \quad \forall b \in B \quad (4.25)$$

$$\sum_{(i,b) \in L} y_{ib}^t + \sum_{(b,j) \in L} y_{bj}^t \leq 2, \quad t = 1, \dots, T; \forall b \in V' \quad (4.26)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{b \in B: (b,j) \in L} y_{bj}^t = T-1 \quad (4.27)$$

$$\sum_{(i,j) \in L} z_{ij}^t - \sum_{(j,i) \in L} z_{ji}^t = \sum_{(i,j) \in R} q_{ij} \cdot x_{ij}^t, \quad \forall i \in V; t = 1, \dots, T \quad (4.28)$$

$$\sum_{(i,b) \in L} z_{ib}^t = \sum_{(i,j) \in R} q_{ij} x_{ij}^t, \quad t = 1, \dots, T; \forall b \in B \quad (4.29)$$

$$\sum_{(b,j) \in L} z_{bj}^t = 0, \quad t = 1, \dots, T; \forall b \in B \quad (4.30)$$

$$z_{ij}^t \leq Q(y_{ij}^t + x_{ij}^t), \quad \forall (i,j) \in L; t = 1, \dots, T \quad (4.31)$$

$$x_{ij}^t \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in L; t = 1, \dots, T \quad (4.32)$$

$$z_{ij}^t \geq 0, \quad \forall (i,j) \in L; t = 1, \dots, T \quad (4.33)$$

$$y_{ij}^t \geq 0, \quad integer, \forall (i,j) \in L; t = 1, \dots, T \quad (4.34)$$

O conjunto de todas as viagens deverá formar um caminho fechado (4.18) e (4.19). Cada arco requerido (4.20) e cada aresta requerida (4.21) deverão ser servidos apenas uma vez. Cada viagem entra (4.22) e sai (4.23) de determinado aterro apenas uma vez. Quando um veículo entra num aterro numa determinada viagem, ele deverá iniciar no mesmo aterro a viagem seguinte (4.24). O número de visitas permitidas a cada aterro é limitado (4.25). Cada viagem deverá comear num aterro ou

garagem e terminar num aterro ou garagem (4.26). A quantidade de resíduo recolhido numa viagem é actualizada (4.28) e (4.29) depois de cada serviço. Um veículo, depois de abandonar um aterro deverá estar vazio (4.30). A quantidade de resíduo recolhido não pode ultrapassar a capacidade do veículo (4.31).

4.3.3 Exemplo com três aterros

Seguindo a mesma linha da secção anterior, a título de exemplo, considere-se a situação em que um veículo que começa e termina o seu percurso na garagem (vértice 1), deverá efectuar todas as recolhas e, sempre que necessário, proceder ao despejo dos resíduos em algum dos 3 aterros que se encontram disponíveis para o efeito. Suponha-se ainda que os aterros, representados pelos vértices 2, 3 e 4, apresentam, um limite máximo de descargas de 2, 2 e 1, respectivamente, e que o veículo colector apresenta uma capacidade de 12 que não poderá ser ultrapassada.

A Figura 4.4 apresenta o grafo representativo da situação em análise.

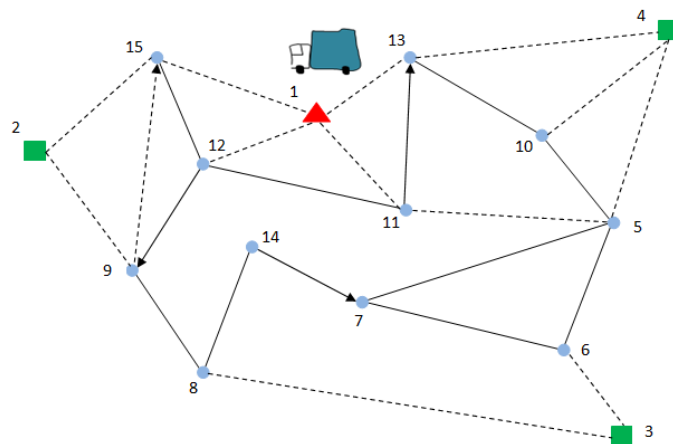


Figura 4.4: Grafo com 15 vértices, garagem (vértice 1) e 3 aterros (vértices 2, 3 e 4)

Seguindo a notação anteriormente descrita, a Tabela 4.2 apresenta os dois custos associados a cada ligação (direccionada ou não, requerida

ou não) e as respectivas procuras.

Tabela 4.2: Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 1 veículo e 3 pontos de deposição)

Ligação (i, j)	u_{ij}	r_{ij}	c_{ij}	d_{ij}	q_{ij}
(1,11)	1	0	-	5	0
(1,12)	1	0	-	4	0
(1,13)	1	0	-	5	0
(1,15)	1	0	-	1	0
(2,15)	1	0	-	5	0
(2,9)	1	0	-	2	0
(3,6)	1	0	-	5	0
(3,8)	1	0	-	7	0
(4,5)	1	0	-	4	0
(4,10)	1	0	-	6	0
(4,13)	1	0	-	5	0
(5,6)	1	1	10	6	1
(5,7)	1	1	8	2	3
(5,10)	1	1	5	1	2
(5,11)	1	0	-	2	0
(6,7)	1	1	5	5	2
(8,9)	1	1	5	5	3
(8,14)	1	1	5	5	1
(9,15)	0	0	-	5	0
(10,13)	1	1	5	5	2
(11,12)	1	1	5	5	4
(11,13)	0	1	5	5	2
(12,9)	0	1	5	5	5
(12,15)	1	1	5	5	3
(14,7)	0	1	5	5	4

Quando considerados nulos os custos associados ao despejo em cada um dos 3 aterros, a solução óptima encontrada corresponde a um custo de 102 ² e o resultado obtido para as 4 viagens do veículo encontra-se expresso na Figura 4.5.

²Resultado obtido com recurso ao CPLEX 12.5.1

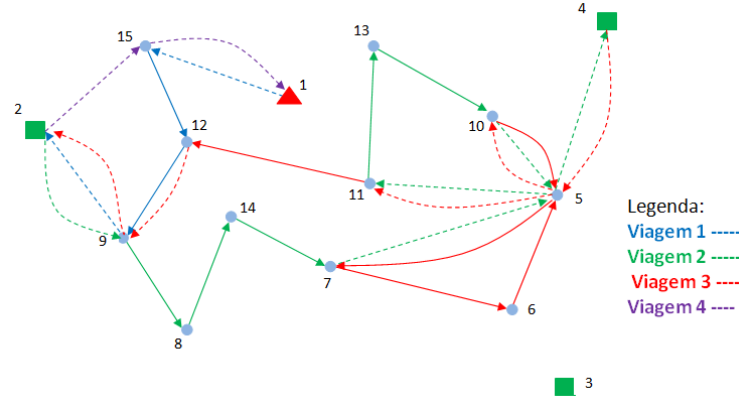


Figura 4.5: Desenho do circuito para 1 veículo e 3 despejos

4.4 Diferentes veículos, vários pontos de deposição

4.4.1 Dois tipos de veículos e vários aterros com diferentes capacidades

Nesta secção é apresentada a situação em que dois tipos de veículos com diferentes características, diferentes capacidades e diferentes custos, partem da garagem e aí regressam, após terem efectuado a recolha. A deposição é feita num dos pontos à disposição e, tal como na Secção 4.3, esses pontos (todos ou alguns) poderão apresentar limitações quanto ao número de visitas recebidas por dia.

Pelo facto de os veículos apresentarem diferentes características, podem existir situações em que a recolha só poderá ser feita por um deles.

4.4.2 Apresentação formal

O modelo agora descrito, o MCARP-LML com Frota Heterogénea, é apresentado formalmente nesta secção.

A notação usada não difere muito da usada na Subsecção 4.3.2 e apresenta-se a seguir.

Num grafo misto $G = (V^*, L)$ cujo conjunto dos vértices está repre-

sentado por V^* e as ligações entre eles por $L = A \cup E$ (A e E representam, respectivamente, o conjunto dos arcos e das arestas).

$V^* = V' \cup V$ onde $V' = B \cup D$. B representa o conjunto dos vértices que correspondem a aterros (aterros ou estações de transferência), D representa o depósito e V representa o conjunto dos vértices *vulgares* (vértices que não representam nem depósito, nem aterros).

R é o conjunto de todas as ligações requeridas (de passagem obrigatória): arcos requeridos A_R e arestas requeridas E_R (sem repetição de arestas requeridas).

No conjunto dos arcos requeridos (A_R) existem três subconjuntos disjuntos definidos como: A_{R1} , A_{R2} e $A_R \setminus (A_{R1} \cup A_{R2})$ que representam, respectivamente, os arcos que apenas podem ser servidos pelo veículo tipo T_1 ; arcos que podem apenas ser servidos pelos veículos tipo T_2 e arcos requeridos que podem ser servidos por qualquer tipo de veículo.

Analogamente, o mesmo tipo de notação é utilizada para as arestas requeridas (E_R) dividindo-se estas em E_{R1} , E_{R2} e $E_R \setminus (E_{R1} \cup E_{R2})$ que, tal como anteriormente, limitam o serviço, respectivamente, a um veículo de tipo T_1 , a um veículo de tipo T_2 e não apresentam limitação ao tipo de veículo.

Convém esclarecer que as limitações de passagem são apenas relativas ao serviço não à mera passagem sem recolha. Caso se colocassem limitações de passagem, o problema poderia ser contornado se se estabelecessem custos de “deadheading” extraordinariamente elevados.

W representa o número de viagens para o veículo tipo T_1 e K o número de viagens do veículo tipo T_2 . Recorde-se que uma viagem é considerada um percurso entre dois vértices de V' .

Q_1 e Q_2 identificam as capacidades dos veículos T_1 e T_2 , respectivamente.

d_{ij}^1 corresponde ao custo de passagem (sem recolha) do veículo tipo T_1 pela ligação $(i, j) \in L$. O custo de passagem pela mesma ligação

quando feita pelo veículo tipo T_2 é dado por d_{ij}^2 .

$c_{ij}^1 > 0$ e $c_{ij}^2 > 0$ são o custo de servir (recolher resíduos) na ligação $(i, j) \in R$ ($c_{ij} = 0$ se $(i, j) \in \bar{R}$) quando o serviço é feito pelo veículo tipo T_1 ou tipo T_2 , respectivamente.

$q_{ij} > 0$ é a procura na ligação $(i, j) \in R$ ($q_{ij} = 0$ se $(i, j) \in \bar{R}$).

A primeira viagem de cada um dos veículos deverá começar no depósito/garagem. No final, os veículos deverão regressar ao ponto inicial. Quer no momento inicial, ao sair de depósito, quer no regresso, os veículos deverão estar vazios. No decorrer de um turno de trabalho, o veículo tipo T_1 deverá esvaziar $W - 1$ vezes enquanto o veículo T_2 deverá fazê-lo $K - 1$ vezes. Cada aterro b apresenta um número máximo de visitas permitidas l_b . A garagem não funciona como ponto de deposição.

$$x_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{se } (i, j) \text{ é servida por } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

y_{ij}^t representa o número de vezes que uma ligação (aresta ou arco) (i, j) é atravessada sem ser servida durante a viagem t .

z_{ij}^t é a quantidade de resíduo recolhido durante a viagem t depois de atravessar a ligação (i, j) .

O objectivo é o de minimizar o custo das T viagens. Sendo $T = W + K$.

λ_b^1 e λ_b^2 representa o custo de despejo no ponto de deposição b quando este é efectuado pelos veículos tipo T_1 e T_2 , respectivamente. Tal como no modelo anterior, nos vértices que representam pontos de deposição apenas incidem arestas/arcs não requeridos.

Modelo 3

Min

$$\sum_{w=1}^W \left(\sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^w \cdot c_{ij}^1 + \sum_{(i,j) \in L} y_{ij}^w \cdot d_{ij}^1 + \sum_{b \in B: (i,b) \in L} \lambda_b^1 \cdot y_{ib}^w \right) + \sum_{k=W+1}^T \left(\sum_{(i,j) \in R} x_{ij}^k \cdot c_{ij}^2 + \sum_{(i,j) \in L} y_{ij}^k \cdot d_{ij}^2 + \sum_{b \in B: (i,b) \in L} \lambda_b^2 \cdot y_{ib}^k \right) \quad (4.35)$$

Ao Modelo 2 são adicionadas novas restrições.

s. a

$$\sum_{w=1}^W x_{ij}^w = 0, \quad \forall (i, j) \in A_{R2} \quad (4.36)$$

$$\sum_{k=W+1}^T x_{ij}^k = 0, \quad \forall (i, j) \in A_{R1} \quad (4.37)$$

$$\sum_{w=1}^W (x_{ij}^w + x_{ji}^w) = 0, \quad \forall (i, j) \in E_{R2} \quad (4.38)$$

$$\sum_{k=W+1}^T (x_{ij}^k + x_{ji}^k) = 0, \quad \forall (i, j) \in E_{R1} \quad (4.39)$$

$$\sum_{j \in V: (1,j) \in L} y_{1j}^1 = 1, \quad (4.40)$$

$$\sum_{i \in V: (i,1) \in L} y_{i1}^W = 1, \quad (4.41)$$

$$\sum_{j \in V: (1,j) \in L} y_{1j}^{W+1} = 1, \quad (4.42)$$

$$\sum_{i \in V: (i,1) \in L} y_{i1}^T = 1, \quad (4.43)$$

A restrição (4.31) do Modelo 2 foi substituída pelas restrições (4.44) e (4.45).

$$z_{ij}^w \leq Q_1(y_{ij}^w + x_{ij}^w), \quad \forall (i, j) \in L; w = 1, \dots, W \quad (4.44)$$

$$z_{ij}^k \leq Q_2(y_{ij}^k + x_{ij}^k), \quad \forall (i, j) \in L; k = W + 1, \dots, T \quad (4.45)$$

Relativamente ao Modelo 3 de notar que:

O veículo T_1 não poderá servir nem os arcos pertencentes a A_{R2} (4.36), nem as arestas de E_{R2} (4.38). Da mesma maneira, o veículo T_2 não poderá servir os arcos pertencentes a A_{R1} (4.37) nem as arestas de E_{R1} (4.39).

A primeira viagem do veículo T_1 deverá começar e a última terminar na garagem ((4.40) e (4.41)). O mesmo acontece para o veículo T_2 ((4.42) e (4.43)). As viagens dos dois tipos de veículos estão limitadas às suas capacidades que não poderão ser ultrapassadas, (4.44) e (4.45).

4.4.3 Exemplo com dois veículos e três aterros

O exemplo que a seguir se apresenta foi construído com base no exemplo da Subsecção 4.3.3. Foi usado o mesmo grafo e os mesmos três aterros foram considerados, ver Figura 4.6. Qualquer um dos aterros apresenta um limite de descargas de 3. Ainda a salientar o facto da aresta requerida (8, 14) apenas poder ser servida pelo veículo T_1 enquanto a recolha na aresta (5, 6) só pode ser efectuada pelo veículo T_2 .

Seguindo a notação anteriormente descrita, a Tabela 4.3 apresenta algumas das características do exemplo em análise.

As características dos veículos considerados, são as descritas na Figura 4.7.

A solução obtida corresponde a um valor de 122³. As Figuras 4.8 (a) e (b) revelam as rotas correspondentes a esses mesmos resultados para cada um dos veículos.

³Resultado obtido com recurso ao CPLEX 12.5.1

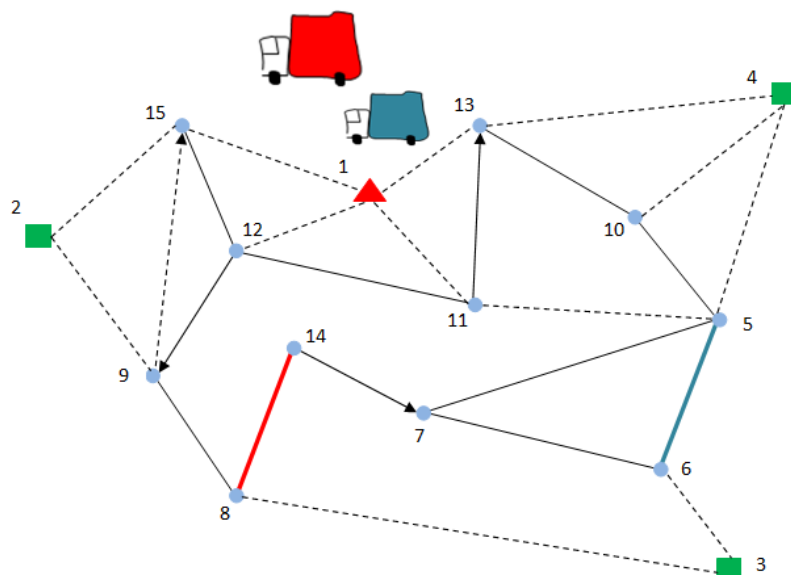


Figura 4.6: Grafo com 15 vértices, uma garagem, 3 aterros e duas arestas com serviço exclusivo



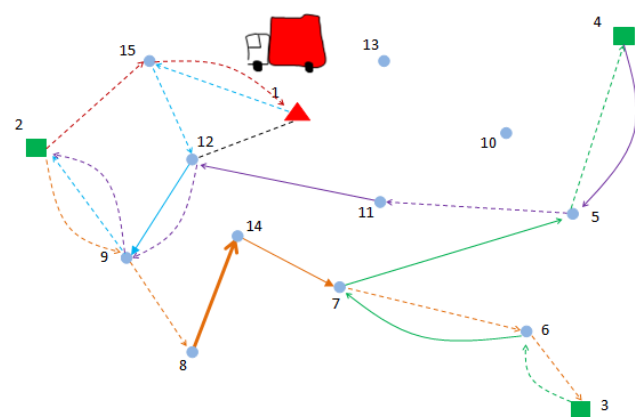
Tipo de Veículo	Viagens	Capacidade	Exclusividade
 T_1	$W = 5$	$Q_1=5$	$A_{R1} \cup E_{R1} = \{(8,14)\}$
 T_2	$K = 4$	$Q_2=4$	$A_{R2} \cup E_{R2} = \{(5,6)\}$

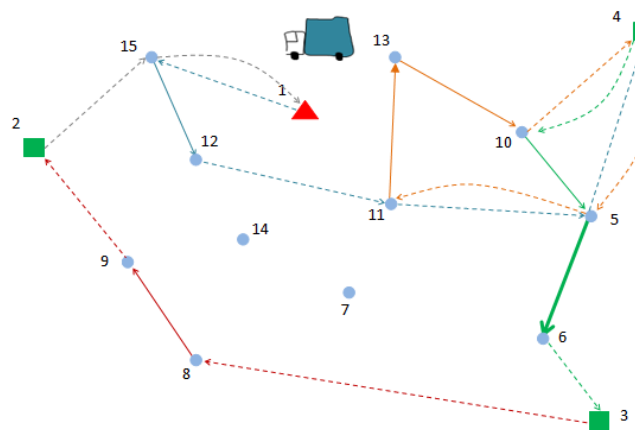
Figura 4.7: As características dos dois veículos T_1 e T_2

Tabela 4.3: Características das diferentes ligações do grafo (Exemplo com 2 veículos e 3 pontos de deposição)

Ligação (i, j)	u_{ij}	r_{ij}	c_{ij}^1	c_{ij}^2	d_{ij}^1	d_{ij}^2	q_{ij}
(1,11)	1	0	-	-	5	4	0
(1,12)	1	0	-	-	4	4	0
(1,13)	1	0	-	-	5	5	0
(1,15)	1	0	-	-	1	1	0
(2,15)	1	0	-	-	5	3	0
(2,9)	1	0	-	-	2	1	0
(3,6)	1	0	-	-	6	5	0
(3,8)	1	0	-	-	7	4	0
(4,5)	1	0	-	-	4	3	0
(4,10)	1	0	-	-	6	3	0
(4,13)	1	0	-	-	5	4	0
(5,6)	1	1	7	4	4	2	1
(5,7)	1	1	6	3	4	2	3
(5,10)	1	1	4	3	3	2	2
(5,11)	1	0	2	1	2	1	0
(6,7)	1	1	3	2	2	1	2
(8,9)	1	1	5	4	4	3	3
(8,14)	1	1	3	3	2	2	1
(9,15)	0	0	5	4	5	4	0
(10,13)	1	1	4	3	3	2	2
(11,12)	1	1	3	2	2	1	4
(11,13)	0	1	5	5	3	3	2
(12,9)	0	1	5	5	3	3	5
(12,15)	1	1	3	2	2	1	3
(14,7)	0	1	5	4	4	3	4



(a)



(b)

Figura 4.8: Desenho dos percursos obtidos para os veículos: (a) T_1 e (b) T_2

Capítulo 5

Dividir para resolver: Sectores e Rotas

*“Vem por aqui” — dizem-me alguns com os olhos doces
Estendendo-me os braços, e seguros
De que seria bom que eu os ouvisse
Quando me dizem: “vem por aqui!”
Eu olho-os com olhos lassos,
(Há, nos olhos meus, ironias e cansaços)
E cruzo os braços,
E nunca vou por ali...*

Cântico Negro - José Régio
(1901-1969)

Este capítulo aborda a resolução do caso de recolha de RSU descrito nesta dissertação. Embora a proposta de resolução se dirija para um problema concreto, considera-se que apresenta tais características gerais que potenciam a sua aplicação a outros casos reais.

São apresentados os desenvolvimentos levados a cabo, quer na selecção de sectores quer na determinação de rotas, de forma isolada inicialmente e, posteriormente, de forma integrada.

5.1 Sectores

A Sectorização, tal como referido anteriormente, caracteriza-se pela divisão do “território” em porções mais pequenas. Essa divisão, entendida em termos matemáticos como uma partição, pretende, de uma maneira geral, “partir” um problema grande em problemas de menor dimensão, com “boas” características e mais fáceis de resolver.

A necessidade de *sectorizar* o concelho de Monção em regiões mais pequenas rapidamente se colocou não só pelo grande número de ruas e caminhos e diferentes contentores, mas também pelo facto de diferentes freguesias deste concelho requererem diferentes periodicidades de recolha.

5.1.1 Electromagnetismo como fonte inspiradora

A observação de uma quantidade de pequenos pontos sobre um mapa e a tentativa de os organizar/agrupar, mediante aproximação ou afastamento, para respeitar determinadas características, pode lembrar e associar a famosa Lei de Coulomb. Dela veio a inspiração para o método desenvolvido para a Sectorização que é, portanto, uma metáfora de um processo electromagnético. No essencial, e relevante para esta dissertação, a Lei de Coulomb estabelece uma relação, expressa em força, entre pontos electricamente carregados. Foi formulada por Charles Coulomb, Figura 5.1, e publicada na última metade do século XVIII.



Figura 5.1: Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), físico francês

A **Lei de Coulomb** pode ser enunciada como:

“a interação electrostática entre duas partículas carregadas é proporcional às suas cargas e ao inverso do quadrado da distância entre elas, e tem a direção da reta que une as duas cargas.”

In Alonso e Finn [1972]

Supondo dois pontos q_1 e q_2 que se encontram a uma distância d , a força \vec{F} entre as duas cargas apresenta uma intensidade que é dada por:

$$|\vec{F}| = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2}. \quad (5.1)$$

em que k representa a chamada Constante de Coulomb e que corresponde a $8.99 \times 10^9 Nm^2.C^{-2}$.

Esta lei é válida apenas quando os corpos carregados apresentam dimensões muito menores do que a distância entre eles designando-se, habitualmente, de *cargas pontuais*, Halliday e Resnick [1983].

Um conjunto de conceitos e consequências desta formulação aparecem listados em Kip [1969] entre os quais, por poderem ser úteis mais adiante, se destacam aqui simplificadamente:

1. As forças entre dois ou mais corpos podem ser *atractivas* ou *repulsivas*;
2. Há dois tipos de cargas eléctricas: as positivas e as negativas. A

força entre duas cargas de sinal igual é repulsiva e actua ao longo da linha recta que as une. A força entre duas cargas de sinal diferente é atractiva e actua, igualmente, ao longo da linha que as une;

3. A carga é conservada, isto é, se duas cargas se juntarem, a carga total será o resultado da soma das duas cargas.

5.1.2 Pontos que parecem *cargas*

Retomando a inspiração no electromagnetismo, considere-se, numa fase inicial, um sistema composto por n pontos de recolha (que lembrarão os já referidos “pontos de carga”) dispostos num plano. De cada ponto são conhecidas, para além das coordenadas cartesianas (ou geográficas) que o identificam, a “carga” que corresponderá à quantidade de resíduos a recolher, vulgarmente chamada de procura no ponto.

Na Figura 5.2(a), a título de exemplo, são apresentados 9 pontos de recolha sendo a procura em cada ponto directamente proporcional à área do círculo azul que o representa. Na prática, estar-se-ia perante 9 contentores ou conjunto de contentores, com diferentes quantidades de resíduos a recolher. Representando por q_i a quantidade a recolher no ponto I de coordenadas (x_i, y_i) , para cada um dos 9 pontos da Figura 5.2(a) é calculada a atracção deste pelos restantes. Esta atracção é calculada tendo por base o subsistema constituído apenas por dois pontos, ou seja, quando é calculada a atracção entre os pontos I e J , por exemplo, considera-se que esses pontos são isolados naquilo a que se chama um subsistema constituído, unicamente, por esses dois pontos. Tal pressuposto introduz simplificações consideráveis.

Seguindo a Lei de Coulomb, representada na expressão (5.1), foi calculada a “matriz de atracção” (A) entre os diversos pares de pontos.

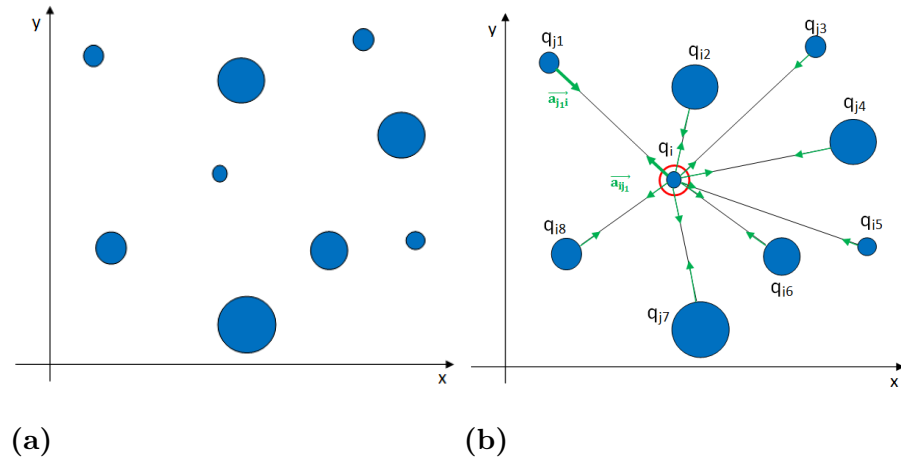


Figura 5.2: (a) Nove pontos aleatoriamente distribuídos (b) vectores de atracção sobre a carga I

Numa primeira fase, supõe-se que os diferentes pares de pontos apresentem sempre cargas opostas. Tal suposição inicial reflecte, na prática, que estes pontos estabelecem sempre entre eles uma relação de atracção, nunca havendo lugar a repulsa. A matriz A assim obtida é quadrada e de dimensão igual ao número de pontos que constituem o sistema. No exemplo considerado na Figura 5.2, a matriz A terá ordem 9. Como cada elemento da matriz A representa o valor absoluto da força de atracção entre dois pontos, esta matriz será simétrica, ou seja, a intensidade da atracção entre os pontos “I” e “J” é a mesma que se verifica entre “J” e “I”. Por uma questão de simplificação considerou-se para a “constante de Coulomb” o valor 1 ($k = 1$).

O comprimento do vector representativo da “força de atracção” (o qual, não havendo motivo de confusão, será denominado daqui para a frente apenas de “atracção”) entre dois pontos $I = (x_i, y_i)$ e $J = (x_j, y_j)$ poderia ser calculado com base no quociente entre o produto das cargas em cada um dos pontos, ou seja, o produto das quantidades a recolher em cada ponto, e o quadrado da distância entre eles (expressão(5.2)).

$$a_{ij} = \|\vec{a_{ij}}\| = \|\vec{a_{ji}}\| = \frac{q_i * q_j}{d_{ij}^2} \quad (5.2)$$

onde d_{ij} representa a distância euclideana entre os pontos I e J calculada por $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$. Na Figura 5.2(b), a título de exemplo, aparecem representados, os vectores $\vec{a_{ij_k}}$ e $\vec{a_{j_k i}}$, $k = 1, \dots, 8$.

Após ser calculado o valor da atracção para cada par de pontos, o que corresponde à apresentação da matriz A , é encontrado o par que possui maior “atracção admissível”: o par com maior valor de atracção que não viole restrições referentes às capacidades máximas. Neste caso da recolha de resíduos, e recordando que as cargas representam aqui quantidades de RSU a recolher, apenas podem ser considerados pares de pontos cuja soma das quantidades de cada um não ultrapasse, por exemplo, a capacidade máxima (Q) do veículo que tratará da recolha. Por inspiração do princípio da conservação das cargas, será encontrado o par de pontos U e V , com uma atracção a_{uv} , com cargas iguais a q_u e q_v , respectivamente, tal que:

$$\max\{a_{uv} \in A : q_u + q_v \leq Q\}.$$

A Figura 5.3 ilustra apenas o par de pontos, I e J , que apresenta maior valor de “atracção admissível”.

A equação da recta que passa nos pontos I e J , representada por r , apresenta declive dado por $m = \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}$. Passando a recta no ponto I , de coordenadas (x_i, y_i) , pode dizer-se que, $y_i = \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} x_i + b$. Logo $b = y_i - \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} x_i$

Resultando a equação reduzida de r :

$$y = \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} x + y_i - \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} x_i$$

A distância entre os pontos I e J , d_{ij} , pode ser expressa pela soma dos “deslocamentos” dos pontos I e J , respectivamente, k_i e k_j , ou seja, $d_{ij} = k_i + k_j$. O deslocamento de cada ponto, será inversamente proporcional

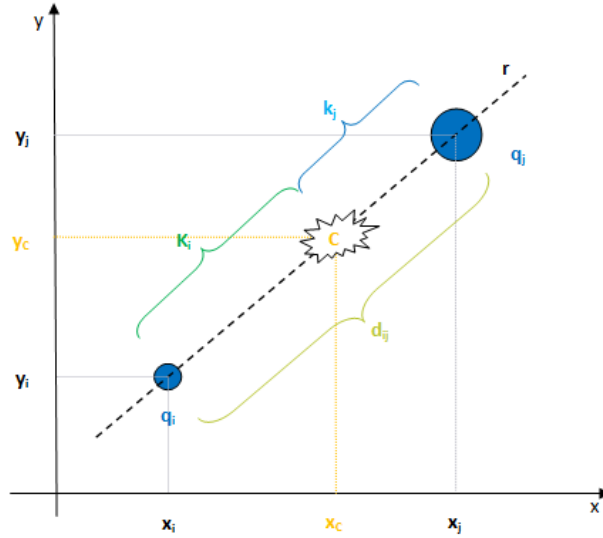


Figura 5.3: Junção de pontos I e J num ponto intermédio C

à carga no ponto, isto é, cargas maiores corresponderão a deslocamentos menores.

Por forma a evitar complexidade acrescida da qual não se retiraria especial vantagem, pode então expressar-se os deslocamentos como função linear das distâncias da seguinte forma:

$$k_i = \frac{q_j}{q_i + q_j} * d_{ij} \text{ e, da mesma maneira, } k_j = \left(1 - \frac{q_j}{q_i + q_j}\right) * d_{ij} = \frac{q_i}{q_i + q_j} * d_{ij}.$$

Na Figura 5.3, C representa o “ponto de encontro” das cargas I e J e é aqui representado pelas coordenadas (x_C, y_C) . Este ponto encontrar-se-á no segmento de recta que une os pontos I e J e ficará, como já foi indicado anteriormente, “mais próximo” daquele que tiver maior carga.

Sendo assim, C obedece às equações:

$$(y_C - y_j)^2 + (x_C - x_j)^2 = k_j^2$$

$$(y_C - y_i)^2 + (x_C - x_i)^2 = k_i^2$$

Como $C \in r$, então

$$y_C = mx_C + b \quad (5.3)$$

$$(mx_C + b - y_j)^2 + (x_C - x_j)^2 = k_j^2$$

$$(mx_C + b - y_i)^2 + (x_C - x_i)^2 = k_i^2$$

Donde resulta que:

$$(m^2 + 1)x_C^2 + [2m(b - y_j) - 2x_j]x_C + (b - y_j)^2 + x_j^2 = k_j^2$$

$$(m^2 + 1)x_C^2 + [2m(b - y_i) - 2x_i]x_C + (b - y_i)^2 + x_i^2 = k_i^2$$

C deverá ser o ponto de intercepção das duas parábolas e, como tal,

$$[2m(b - y_j) - 2x_j - 2m(b - y_i) + 2x_i]x_C + (b - y_j)^2 + x_j^2 - (b - y_i)^2 - x_i^2 = k_j^2 - k_i^2$$

$$x_C = \frac{k_j^2 - k_i^2 - (b - y_j)^2 - x_j^2 + (b - y_i)^2 + x_i^2}{2m(b - y_j) - 2x_j - 2m(b - y_i) + 2x_i}$$

Por substituição, na Equação (5.3) facilmente resulta que:

$$y_C = m \frac{k_j^2 - k_i^2 - (b - y_j)^2 - x_j^2 + (b - y_i)^2 + x_i^2}{2m(b - y_j) - 2x_j - 2m(b - y_i) + 2x_i} + b$$

O caso em que as duas cargas, I e J , com maior atracção admissível apresentam o mesmo valor da abcissa, ou seja, $x_i = x_j$, é tratado separadamente evitando, desta maneira, a situação de “declive infinito”, veja-se a Figura 5.4.

A fusão das duas cargas dará origem a um novo ponto $C = (x_C, y_C)$, em que $x_C = x_i = x_j$ e $y_C = k_j * (y_i - y_j) + y_j$.

O processo de atracção e posterior fusão de pontos será repetido até que se obtenha o número de grupos, ou Sectores, pretendido.

A aplicação das atracções entre pontos de recolha com o objectivo de construir sectores, tendo em conta as quantidades a recolher e as distâncias entre esses pontos, resultou em duas consequências indesejadas:

i) o rápido crescimento de alguma das cargas, que iteração após iteração

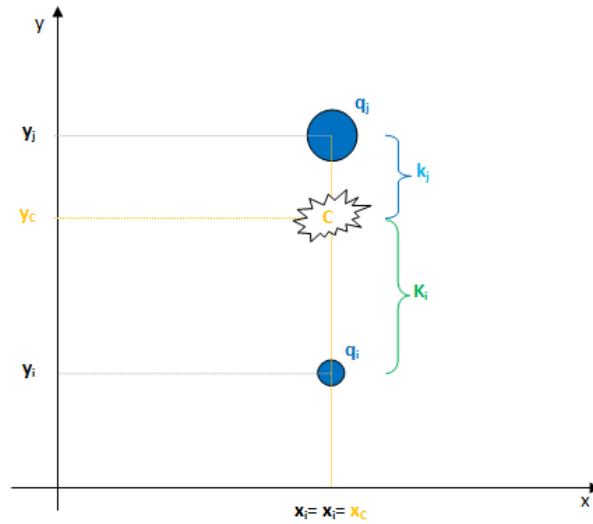


Figura 5.4: Junção de cargas com a mesma abscissa

ia “monopolizando” as atracções e *ii*) a falta de impedimento de uniões entre pontos, levou à geração de soluções não admissíveis no sentido de permitir juntar, num mesmo sector, pontos incompatíveis.

5.1.3 O “buraco negro” entre as cargas

Logo após a primeira iteração, a carga resultante da agregação pela atracção verifica um aumento drástico do seu volume (pela soma de cargas), levando a que a força que esse novo ponto exerce sobre os restantes seja grande. Por essa razão, na iteração seguinte, tal ponto será um forte candidato a entrar em nova união. O seu volume voltará a aumentar e assim sucessivamente, enquanto não for atingida a capacidade máxima permitida para o sector. Iteração após iteração, a variável “carga” apresenta-se com um peso cada vez maior do que o da variável “distância” levando a que cargas grandes consigam atrair de forma exagerada pontos bastante distantes comportando-se como autênticos *buracos negros*, impedindo que pares de pontos de menores dimensões, embora muito mais próximos, se juntem.

Numa primeira tentativa de resolver a dificuldade da “força excessiva” das cargas relativamente às distâncias, em vez de se considerar a potência 2 (fixa) na distância (expressão (5.2)) considerou-se um expoente variável que vai aumentando de cada vez que dois pontos se fundem, resultando uma nova Matriz de Atracções A^d , veja-se a expressão (5.4). NIP representa o **N**úmero **I**nicial de **P**ontos (no exemplo anterior seria igual a 9) e NS o **N**úmero corrente de **S**ectores (que, no mesmo exemplo, começaria por ser 9, depois 8, depois 7,... até ao número pretendido de sectores). Assim, há a garantia de que, ao longo das iterações, o expoente do denominador vai aumentando impedindo a valorização excessiva das cargas que aumenta pela união de pontos.¹

$$\|\vec{a}_{ij}^d\| = \|\vec{a}_{ji}^d\| = \frac{q_i * q_j}{d_{ij}^{2+NIP-NS}} \quad (5.4)$$

Para clarificação do que acaba de ser referido, apresenta-se, como exemplo, na Figura 5.5, um conjunto de 20 pontos com diferentes cargas distribuídos aleatoriamente no plano. A soma das suas cargas é igual a 2610. O objectivo é o de formar, com estes 20 pontos, 4 grupos ou sectores de tal maneira que a cada sector não possa estar associada uma carga superior a 800 unidades.

Se se considerar as atracções calculadas como representadas na expressão (5.2), como resultado obtém-se o que se revela na Figura 5.6(a). Aos 4 sectores assim constituídos correspondem as cargas de 780, 770, 770 e 290. Como esperado, constatou-se que, iteração após iteração, se foi formando um só sector, enquanto não era atingido o limite de 800. Tal comportamento explica o facto de um dos sectores ter ficado com dimensões bem mais reduzidas do que os restantes.

No entanto, quando se aplicou a expressão (5.4) a atracção passou a

¹De notar que as distâncias em causa não deverão apresentar valores inferiores ou iguais a 1. Se, eventualmente, tal acontecer considera-se, no denominador, $(1 + d_{ij})^{2+NIP-NS}$

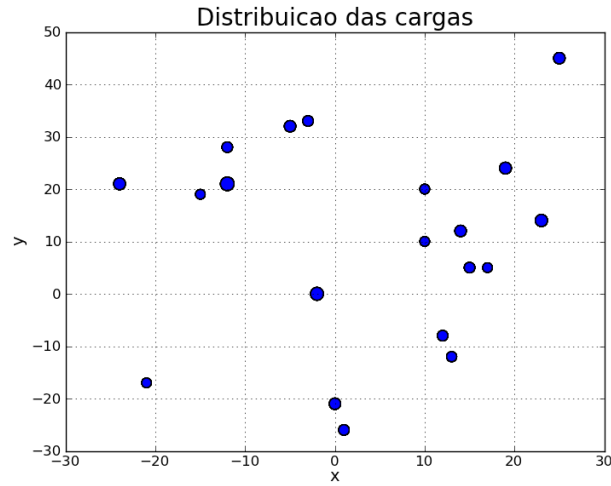
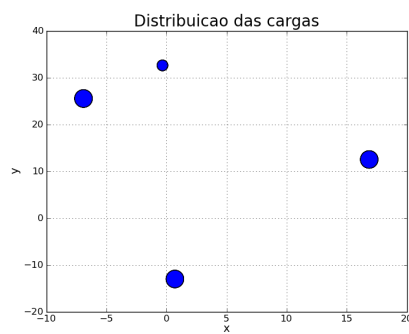
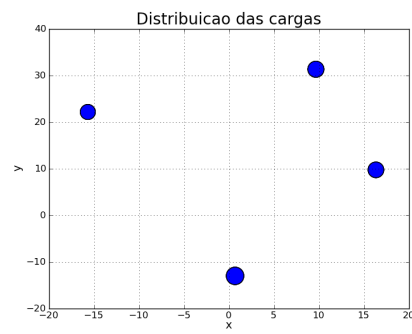


Figura 5.5: Vinte pontos aleatoriamente distribuídos

estar, ao longo das iterações, cada vez mais dependente das distâncias entre os pontos e menos das suas cargas. Neste caso particular, os resultados para os 4 sectores foram: 620, 570, 770 e 650 e encontram-se representados na Figura 5.6(b). As soluções assim obtidas produziram sectores mais equilibrados.



(a)



(b)

Figura 5.6: Quatro sectores constituídos com base na (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)

O cálculo das atracções através da expressão (5.4) revelou-se mais interessante do ponto de vista da aplicação do que o inicialmente apresentado.

Não descurando o contexto a que esta abordagem se destina, a recolha de RSU, a segunda tentativa de resolver a dificuldade da “atração excessiva” passou por permitir que os próprios pontos de deposição entrassem no sistema de atracção como pontos fixos. A atracção que cada ponto de deposição exerce sobre o sistema de pontos de recolha será tanto maior quanto maior a sua capacidade de recepção. Para não descurar a aplicação prática, o procedimento proposto deverá atender a que os locais de deposição não possuem todos a mesma capacidade para receber os resíduos (como referido no Capítulo 3). Assim, após a escolha e união do par de cargas que apresenta maior atracção, o novo ponto obtido poderá sofrer deslocamento por acção da força resultante exercida pelos aterros.

Por exemplo, a 2 aterros como os representados na Figura 5.7 por A_1 e A_2 , estão associadas, respectivamente, as cargas (capacidades de recepção dos aterros) qA_1 e qA_2 em que $qA_1 > qA_2$. P , com carga q_t , representa o ponto resultante da atracção entre os pontos de recolha P_1 e P_2 , estes com cargas q_1 e q_2 , respectivamente, de tal maneira que $q_t = q_1 + q_2$. Por influência (forças atractivas) de cada um dos aterros, P sofrerá deslocamento para a posição P' . Esta nova posição é obtida pela resultante das forças exercidas pelos dois aterros ($\overrightarrow{PP'}$).

A situação retratada na Figura 5.8 foi obtida pelo acréscimo de dois aterros (triângulos vermelhos) ao exemplo anteriormente apresentado (Figura 5.5). Aos dois aterros foram atribuídas, ao acaso, as cargas de 250 e 150. Na Figura 5.8(a) estão representados os 4 sectores obtidos pelo uso da expressão (5.2) no cálculo das atracções. As cargas totais para cada um dos 4 sectores apresentam-se visivelmente desequilibradas com valores de 780, 800, 790 e 240. No entanto, se para além de se

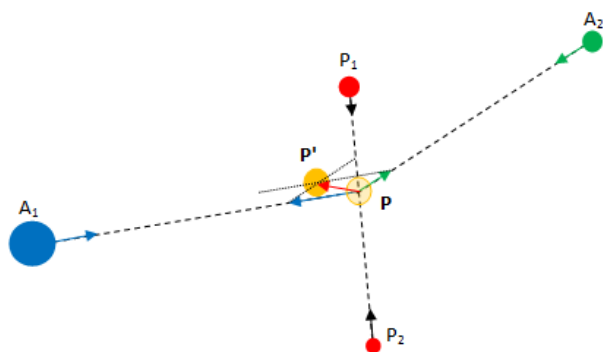
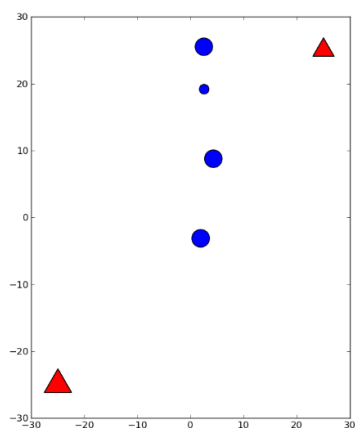
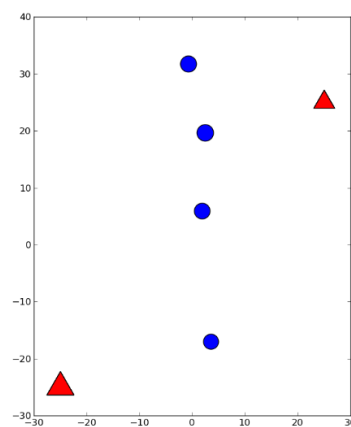


Figura 5.7: Acção de dois pontos de deposição sobre a carga resultante P

considerar a existência dos 2 aterros for considerada a expressão (5.4) no cálculo das atracções, o resultado é o que apresenta na Figura 5.8(b) onde se verifica um melhor equilíbrio entre as cargas dos sectores: 640, 710, 590 e 670.



(a)



(b)

Figura 5.8: Quatro sectores constituídos com 2 aterros e (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)

Os resultados obtidos quando se consideraram os aterros e os expo-

tes crescentes do denominador nos cálculos das atracções mostraram-se, no exemplo considerado, mais interessantes que os restantes no que diz respeito aos desvios relativamente à média das cargas em cada sector.

5.1.4 Relação entre duas cargas nem sempre atractiva

Na subsecção anterior foi apresentado o caso mais simples no qual a relação entre os diferentes pontos é sempre atractiva. Mas tal não acontece sempre e esse é um segundo obstáculo. Descrevem-se de seguida duas situações em que forças repulsivas poderão fazer todo o sentido. A primeira refere-se ao caso em que diferentes contentores não poderão ser servidos pelo mesmo veículo. Suponha-se, por exemplo, dois contentores bastante próximos: um enterrado e um outro localizado numa rua bastante estreita. O contentor enterrado obriga ao uso de um camião com grua que, geralmente, apresenta grande dimensão. O contentor na rua estreita não pode ser servido pelo mesmo camião dada a sua dimensão. Desta situação resulta que, apesar de próximos, dois contentores ou conjuntos de contentores poderão estar impedidos de pertencer ao mesmo sector. Uma outra situação, completamente distinta da anterior, envolve a periodicidade da recolha. Vulgarmente, numa dada região, as diferentes localidades apresentam diferentes necessidades quanto à periodicidade de recolha. Esta periodicidade está muitas vezes relacionada com a densidade populacional; a proximidade de escolas, hospitais e espaços públicos de maior afluência de uma forma geral. Poderão existir zonas em que a necessidade de recolha é diária e outras em que apenas se exija um serviço trissemanal ou bissemanal. Imagine-se a situação em que alguns contentores em determinadas zonas, devam ser recolhidos três vezes por semana e outros em que essa periodicidade é o dobro da anterior. O plano de recolha semanal é, nestes casos, composto por três períodos de 2 dias. Quando se constrói o plano de recolha para dois dias, a quantidade de resíduos, nas zonas que apresentam maior periodi-

cidade, irá “duplicar”. Na prática, obter-se-ia um gráfico semelhante ao apresentado na Figura 5.5 em que alguns pontos seriam duplos, ou seja, estariam sobrepostos. No entanto, embora esses pontos coincidam eles não poderão pertencer ao mesmo sector. Tal implicaria que os mesmos contentores seriam recolhidos duas vezes no mesmo dia pois resíduos que pertencem ao mesmo sector são recolhidos no mesmo circuito.

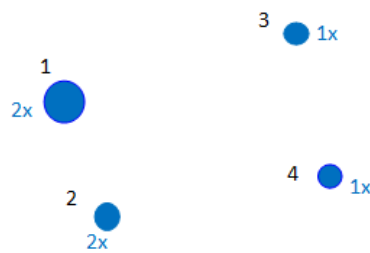


Figura 5.9: Número de visitas do veículo colectador aos quatro pontos, em dois dias (1 ou 2 vezes)

A Figura 5.9 apresenta, a título de exemplo, uma situação em que a recolha nos diferentes 4 pontos exige diferentes periodicidades de recolha. Suponha-se ainda que se pretende estabelecer o plano de recolha para dois dias consecutivos uma para segunda-feira e outra para terça-feira. No total dos dois dias, os pontos 1 e 2 terão que ser recolhidos duas vezes e os pontos 3 e 4 apenas uma. A cada ponto acrescerá um número de cópias (pontos exactamente iguais) que corresponderão ao número de recolhas, ver Figura 5.10.

Deixa assim de se considerar quatro pontos de recolha para passarem a ser considerados seis. No entanto, os pontos $1a$ e $1b$ e os pontos $2a$ e $2b$ nunca poderão fazer parte da mesma rota. Tal significaria que o mesmo ponto era recolhido duas vezes no mesmo dia.

Na Lei de Coulomb, que descreve a interacção entre dois pontos electricamente carregados, a força resultante tanto poderá ser atractiva como repulsiva, dependendo do valor da carga, veja-se a Figura 5.11. Se

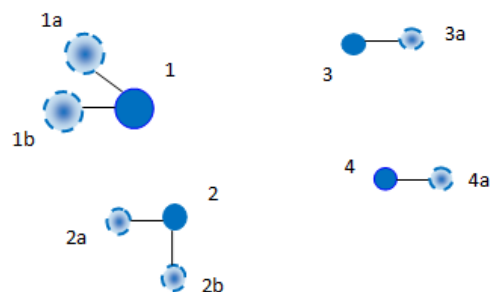


Figura 5.10: Cada ponto com tantas cópias quanta a necessidade de recolha

as duas cargas têm o mesmo sinal será repulsiva, se as duas cargas têm sinais opostos, será atractiva.

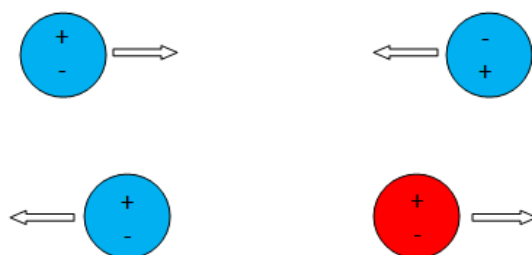


Figura 5.11: Sentido da forças exercidas entre pontos com cargas iguais e cargas distintas

O caso aqui tratado e no qual se espelha a inspiração da conhecida Lei ficaria empobrecido se apenas se considerasse a “dicotomia” definida, ou seja, atracções e repulsas. Foram algumas as situações práticas que levaram a considerar mais possibilidades no momento da formação dos sectores. Para além do impedimento de unir pontos, como os descritos anteriormente, há casos em que é referido “seria conveniente, não obrigatório, que dois pontos de recolha pertençam ao mesmo sector”; ou então, o contrário, “unir dois pontos não seria conveniente”. A experiência dos

intervenientes no processo do desenho de sectores foi um factor relevante que se tomou em consideração na definição destas hipóteses.

Quando considerada toda a informação disponível, poder-se-á associar ao conjunto dos pontos de recolha uma Matriz de Sinal, simétrica, de diagonal nula, $S = [s_{ij}]$, $i, j = 1, \dots, n$, tal que,

$$s_{ij} = \begin{cases} -1 & , \text{ pontos } i \text{ e } j \text{ apresentam repulsa} \\ -0,5 & , \text{ pontos } i \text{ e } j \text{ apresentam repulsa moderada} \\ 0 & , \text{ pontos } i \text{ e } j \text{ não se relacionam} \\ 0,5 & , \text{ pontos } i \text{ e } j \text{ apresentam alguma afinidade} \\ 1 & , \text{ pontos } i \text{ e } j \text{ apresentam muita afinidade} \end{cases}$$

Com o intuito de exemplificar o exposto, suponha-se a situação composta por apenas cinco contentores com a Matriz de Sinal, S , seguinte:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -0,5 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 1 \\ 1 & 0,5 & 0 & 1 & -1 \\ -0,5 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Se, ao cálculo da Matriz de Atracção, A^d , apresentada anteriormente, se acrescentar informação relativa ao “sinal”, poder-se-á obter uma nova Matriz de Atracção, A' , como se indica na expressão (5.5).

$$||\vec{a'_{ij}}|| = ||\vec{a'_{ji}}|| = \frac{q_i * q_j}{d_{ij}^{2+NIP-NS}} * (s_{ij} + 1) \quad (5.5)$$

Ao estudar a atracção entre dois pontos de carga, cinco situações distintas poderão ocorrer:

1. $a'_{ij} = 0$ - resultante do confronto entre dois pontos que se repelem (no exemplo apresentado anteriormente, poder-se-á dizer que $a'_{35} = 0$);

2. $a'_{ij} = \frac{q_i \times q_j}{d_{ij}^2} \times 0,5$ - resultante de situações de alguma repulsa (no exemplo, ter-se-ia $a'_{14} = \frac{q_1 \times q_4}{d_{14}^2} \times 0,5$);
3. $a'_{ij} = \frac{q_i \times q_j}{d_{ij}^2} \times 1$ - resultante de situações de indiferença (no exemplo, $a'_{24} = \frac{q_2 \times q_4}{d_{24}^2}$);
4. $a'_{ij} = \frac{q_i \times q_j}{d_{ij}^2} \times 1,5$ - resultante de situações com alguma afinidade (no exemplo, $a'_{32} = \frac{q_3 \times q_2}{d_{32}^2} \times 1,5$);
5. $a'_{ij} = \frac{q_i \times q_j}{d_{ij}^2} \times 2$ - resultante do confronto entre dois pontos com bastante afinidade (no exemplo, $a'_{34} = \frac{q_3 \times q_4}{d_{34}^2} \times 2$).

Haverá assim uma maior probabilidade (não obrigatoriedade) de, na iteração seguinte, pontos com maior afinidade ficarem unidos num só.

Suponha-se, na continuação do exemplo apresentado que, $a'_{23} = \max\{a'_{ij} : i, j = 1, \dots, n; i \neq j\}$. Tal significa que os pontos 2 e 3 são os pontos que apresentam maior atracção e, como tal, sendo respeitadas as restrições de capacidade, seguir-se-á uma “fusão” entre eles. Os cinco pontos darão assim origem a apenas quatro cuja sequência se encontra descrita na Figura 5.12.

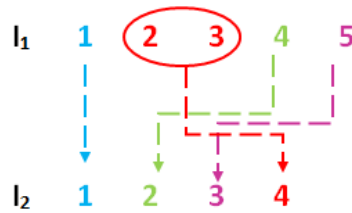


Figura 5.12: Junção dos pontos 2 e 3 na iteração I_2

Sendo $\mathfrak{D} = \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$, considere-se ainda a operação comutativa Δ em \mathfrak{D} tal que,

$$\Delta : \mathfrak{D} \times \mathfrak{D} \rightarrow \mathfrak{D}$$

$$(\mathfrak{d}_i, \mathfrak{d}_j) \mapsto \Delta(\mathfrak{d}_i, \mathfrak{d}_j)$$

Tabela 5.1: Operação Δ

Δ	-1	-0,5	0	0,5	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1
-0,5	-1	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5
0	-1	-0,5	0	0,5	1
0,5	-1	-0,5	0,5	0,5	0,5
1	-1	-0,5	1	0,5	1

definida na Tabela 5.1.

Pode dizer-se assim que, $\forall a, b \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$;

- $\Delta(a, -1) = \Delta(-1, a) = -1$, ou seja, -1 é o elemento absorvente de Δ ;
- $\Delta(a, 0) = \Delta(0, a) = a$, ou seja, 0 é o elemento neutro de Δ ;
- $\Delta(a, b) = \Delta(b, a) = \min\{a, b\} : a, b \neq 0\}$.

De cada vez que dois pontos se unem num mesmo grupo (sector), iteração após iteração, a matriz A' vai reduzindo a sua dimensão resultando uma nova matriz de sinal que reflecte as relações entre os novos sectores encontrados. Para tal, à matriz de sinal S anteriormente apresentada foi acrescentado o índice u que se refere à iteração em causa, S_u , passando a designar-se a anteriormente apresentada matriz $S = [s_{ij}]$ por $S_1 = [s_{ij}^1]$.

Voltando ao exemplo anterior, após a junção dos pontos 2 e 3, a nova matriz de Sinal, S_2 , simétrica, será dada por:

$$S_2 = \begin{bmatrix} s_{11}^1 & s_{14}^1 & s_{15}^1 & \Delta(s_{12}^1, s_{13}^1) \\ - & s_{44}^1 & s_{45}^1 & \Delta(s_{42}^1, s_{43}^1) \\ - & - & s_{55}^1 & \Delta(s_{52}^1, s_{53}^1) \\ - & - & - & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & 1 & \Delta(0,1) \\ - & 0 & 1 & \Delta(0,1) \\ - & - & 0 & \Delta(1,-1) \\ - & - & - & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & 1 & 0 \\ - & 0 & 1 & 0 \\ - & - & 0 & -1 \\ - & - & - & 0 \end{bmatrix}.$$

De notar o facto de, inicialmente, os pontos 2 e 3 apresentarem, respectivamente, atracção e repulsa pelo ponto 5. Ao formar um sector constituído por esses mesmos dois pontos (2 e 3), este passa a repulsar o ponto 5 pois 3 e 5 estão impossibilitados de pertencerem ao mesmo grupo.

É de salientar que o sucesso deste procedimento poderá estar comprometido se o número de “incompatibilidades” for excessivo. Sendo “−1” o elemento absorvente da operação “ Δ ”, demasiados “−1” levarão, iteração após iteração, a uma rápida proliferação deste valor por toda a matriz de Sinal o que dará origem a grupos cuja fusão não é desejável. Situações de incompatibilidade, tal como acontece no caso prático da recolha de resíduos urbanos, deverão ser consideradas como a excepção, não a regra.

5.1.5 Avaliação da *qualidade* dos sectores obtidos

Tal como foi referido no Capítulo 2, dedicado à revisão da literatura, consideram-se, de uma maneira geral, “*bons*” sectores aqueles que apresentam características “interessantes” ao nível do **equilíbrio**, da **compacidade** e da **contiguidade**.

No desenvolvimento que agora se apresenta, as três medidas foram tidas em consideração na avaliação feita aos sectores obtidos.

5.1.5.1 Avaliação do Equilíbrio entre sectores

Para evitar discrepâncias entre sectores será conveniente que as quantidades recolhidas em cada sector não apresentem diferenças significati-

vas. Maiores quantidades recolhidas, em limite, poderão provocar mais idas a aterro, logo provocando maiores distâncias percorridas. A avaliação do equilíbrio entre sectores passa por identificar o afastamento que cada sector apresenta relativamente ao valor médio. Na prática, corresponde a calcular o desvio padrão corrigido, s'_q , da procura em cada sector, ou seja, uma medida de variabilidade relativamente ao valor médio da procura, \bar{q} . Isto é, após ser calculada a média da quantidade a recolher em cada um dos n sectores, \bar{q} , expressão (5.6), procede-se ao cálculo de s'_q : do *afastamento* das quantidades nos diferentes sectores, q_i , relativamente à quantidade média, \bar{q} , expressão (5.7).

$$\bar{q} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{n} \quad (5.6)$$

$$s'_q = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2} \quad (5.7)$$

Se o objectivo passar por comparar diferentes cenários, ou seja, grupos de sectores construídos em diferentes instâncias, tentando compreender que grupo apresenta maior equilíbrio, é utilizado, para comparação, o Coeficiente de Variância (Amostral), CV_q (5.8), Carlson e Thorne [1997].

$$CV_q = \frac{s'_q}{\bar{q}} \quad (5.8)$$

Trata-se de uma “característica amostral de dispersão que relativiza o desvio padrão em termos da média” (Pestana e Velosa [2002]), uma medida adimensional.

Sendo o equilíbrio entre sectores uma característica importante ela não é única. A simples apresentação da quantidade contida em cada um dos sectores reduz bastante a informação sobre os sectores. Retomando o exemplo da Figura 5.5 em que, num sistema composto por vinte pontos

aleatórios, foram construídos quatro sectores com recurso às atracções determinadas por (5.2) ou por (5.4) e em que se adicionou informação para identificar que pontos fazem parte de cada sector. Na Figura 5.13(a) estão representados, a quatro cores distintas, os pontos que formam cada um dos quatro sectores definidos pela expressão (5.2). Já a Figura 5.13(b) apresenta os pontos de cada um dos 4 sectores retratados quando é usada a expressão (5.4).

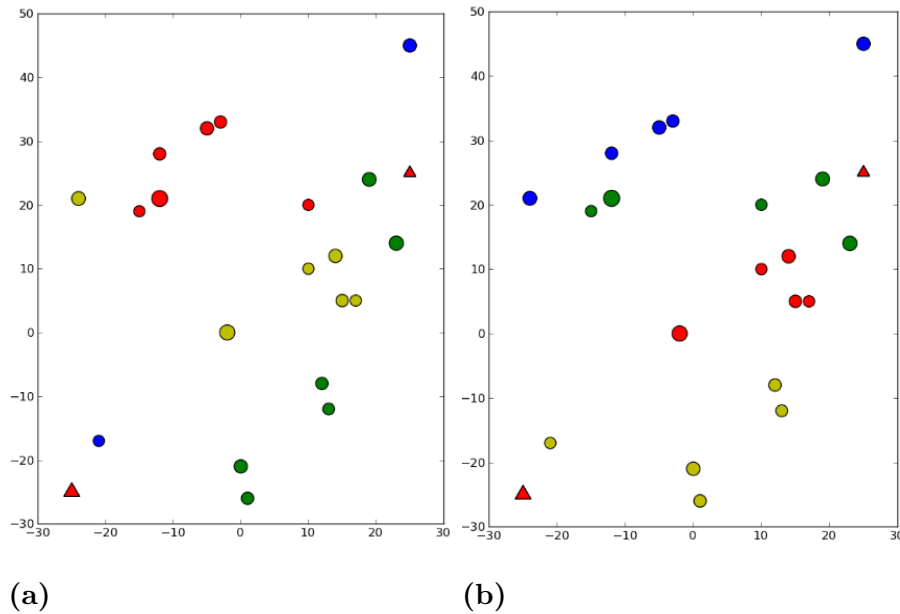


Figura 5.13: Exemplo revisitado, com 2 aterros e 4 sectores a diferentes cores usando a atracção obtida por (a) expressão(5.2) (b) expressão (5.4)

O reforço das distâncias relativamente às cargas, no cálculo das atracções entre os pontos (uso da expressão 5.4), para além de apresentar, no exemplo dado, um melhor equilíbrio das quantidades, reflecte uma melhor distribuição dos sectores. Quando se comparam as distribuições das diferentes cores nas duas figuras (Figura 5.13(a) e Figura 5.13(b)) verifica-se que a “mistura” entre sectores é inferior no 2º caso, ou seja,

há um melhor desenho dos sectores obtidos. Mostra-se assim, como mencionado, que importa ter em consideração outras características dos sectores.

5.1.5.2 Avaliação da Contiguidade dos sectores

A contiguidade dos sectores é uma das características importantes a ter em conta no momento de avaliar a sua qualidade. Pretende-se assim que as “intersecções entre sectores” seja mínima, ou seja, será desejável que os percursos dos veículos colectores se cruzem o menos possível.

Relativamente à contiguidade foram aqui consideradas duas situações distintas: Contiguidade fraca e Contiguidade forte.

Considere-se o grafo representativo das ligações entre pontos onde a recolha deverá ser efectuada. A Figura 5.14 apresenta um exemplo de um grafo com 16 vértices onde se pretendem construir dois sectores.

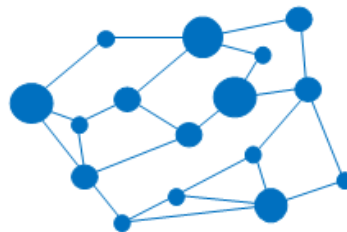


Figura 5.14: Exemplo de um grafo com 16 vértices

Contiguidade fraca

Um sector possui contiguidade fraca se o subgrafo que o representa, induzido pelos vértices e pelas ligações entre eles for conexo, ou seja, se for possível chegar de um vértice a qualquer outro do mesmo sector sem passar por vértices de outros sectores.

No seguimento do exemplo, veja-se a Figura 5.15 onde estão retratadas duas situações distintas na formação de dois sectores: o sector vermelho e o sector verde. Do lado esquerdo, Figura 5.15(a), os dois

sectores não apresentam contiguidade fraca; à direita, Figura 5.15 (b), reflecte um exemplo onde se verifica contiguidade fraca.

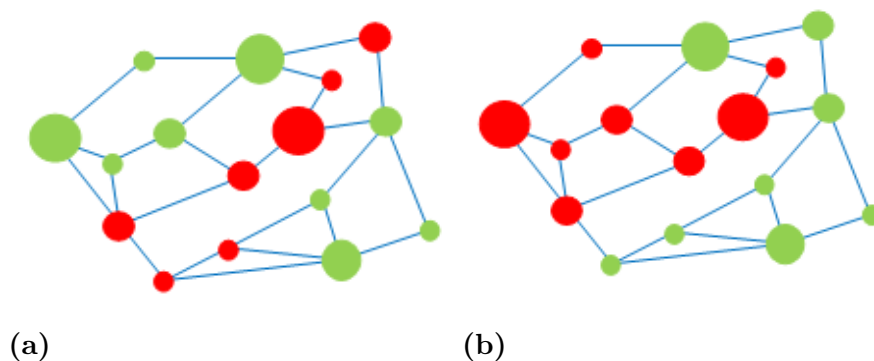


Figura 5.15: Dois sectores (a) **sem** contiguidade fraca (b) **com** contiguidade fraca

Contiguidade forte

Um sector possui contiguidade forte se a área do menor polígono convexo que contém todos os vértices que o compõem não se sobrepõe à de outro sector.

Esta propriedade é mais exigente do que a anterior. Na maioria dos casos, não existindo contiguidade fraca entre sectores, não existirá, entre eles, contiguidade forte.

Nos exemplos representados na Figura 5.16 (a) estão representados dois sectores que não apresentam contiguidade forte, contrariamente ao que acontece na Figura 5.16 (b). De notar que nos dois casos há presença de contiguidade fraca.

O desenvolvimento que posteriormente se apresenta trata unicamente a situação da contiguidade fraca. A razão deve-se ao facto de, no caso

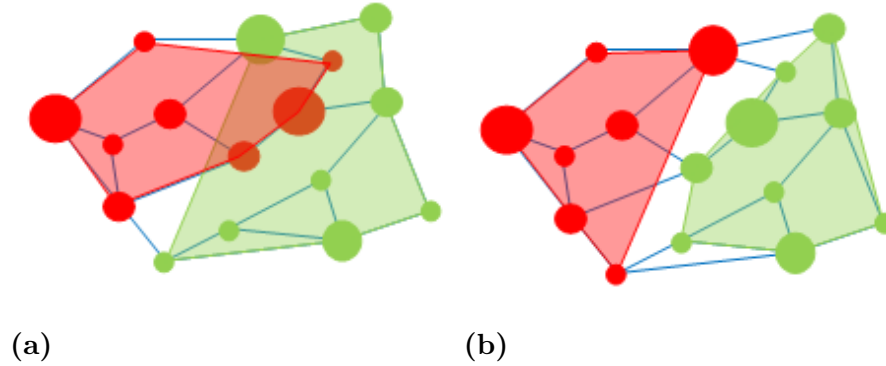


Figura 5.16: Dois sectores com contiguidade fraca e (a) **sem** contiguidade forte (b) **com** contiguidade forte

prático aqui descrito, fazer mais sentido o foco estar dirigido às ligações, ou seja, às estradas que ligam as localidades do que aos desenhos “aéreos” produzidos pelos sectores. Não havendo, a partir daqui, confusão nas denominações, entenda-se como contiguidade o que se definiu anteriormente como contiguidade fraca.

Considere-se o grafo original $G = (V, E)$, com $|V| = N$, no qual se formaram K sectores ($K < N$). A avaliação da contiguidade dos K sectores é feita com base nas matrizes de adjacência obtidas dos K subgrafos, $G'_s = (V'_s, E'_s)$ ($s = 1, \dots, K$), em que V'_s representa o conjunto dos vértices de G_s que fazem parte do s -ésimo sector e E'_s o conjunto das arestas de G_s que ligam vértices de V'_s .

Na formação de K sectores considere-se $|V'_s| = n_s$ o número de freguesias do sector s . Para cada um dos subgrafos G'_s considere-se ainda a matriz $M^s = [m^s_{wj}]_{w,j=1,\dots,n_s}$, simétrica, de diagonal nula, em que,

$$m^s_{wj} = \begin{cases} 1 & \text{se no sector } s \text{ existe percurso entre } w \text{ e } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$M^s = \begin{bmatrix} 0 & m_{12}^s & m_{13}^s & \dots & m_{1n_i}^s \\ m_{21}^s & 0 & m_{23}^s & \dots & m_{2n_i}^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n_s1}^s & m_{n_s2}^s & m_{n_s3}^s & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Se, para todo o $j \in \{1, \dots, n_s\}$ se verificar que $\sum_{w=1}^{n_s} m_{wj}^s = n_s - 1$, ou, de forma equivalente, para todo o $w \in \{1, \dots, n_s\}$ se verificar que $\sum_{j=1}^{n_s} m_{wj}^s = n_s - 1$, então o sector s é contíguo.

Na sequência do exposto pode dizer-se que se, para algum $j \in \{1, \dots, n_s\}$ se verificar que $\sum_{w=1}^{n_s} m_{wj}^s < n_s - 1$ então o sector s não é contíguo, isto é, existe, pelo menos, um vértice no sector s ao qual não é possível aceder partindo de pelo menos um dos outros vértices desse sector (sob o grafo G'_s). No entanto o “grau de contiguidade” de um sector pode ser diverso. Será com certeza diferente afirmar que um sector constituído por 60 pontos não é contíguo por apenas um dos 60 não estar ligado aos restantes da situação em que um sector com 20 pontos apresentar 3 ou 4 completamente isolados ou até mesmo esses 3 ou 4 pontos formarem eles próprios um outro grafo conexo. Pelas razões expostas usou-se como medida de contiguidade para cada um dos sectores K sectores o quociente apresentado na expressão (5.9)

$$c_s = \frac{\sum_{j=1}^{n_s} \left(\sum_{w=1}^{n_s} m_{wj}^s \right)}{n_s(n_s - 1)} \quad (5.9)$$

Em qualquer sector s , verifica-se que $0 \leq c_s \leq 1$.

Mas o objectivo passa por avaliar não apenas a contiguidade num sector mas a *contiguidade média*, \bar{c} , no conjunto dos sectores obtidos. Para o cálculo dessa média deverá ser tida em consideração a dimensão, ou seja, o número de pontos que constituem cada sector, expressão (5.10).

$$\bar{c} = \frac{\sum_{s=1}^K c_s \times n_s}{N}. \quad (5.10)$$

O valor de \bar{c} deverá estar compreendido sempre entre 0 e 1 sendo desejável que \bar{c} se situe o mais próximo possível de 1.

À luz do que foi exposto sobre metagrafos e sendo o grafo que define os vértices e ligações dentro de cada freguesia conexo, se se considerar a unidade freguesia como um metavértice, um sector diz-se contíguo se o submetagrafo que o define é conexo. Esta forma mais *condensada* de olhar para a estrutura *sector* traduz-se numa mais fácil e rápida verificação da sua qualidade ao nível da contiguidade.

5.1.5.3 Avaliação da Compacidade dos sectores

Esta última característica, a compacidade, no conjunto das três abordadas, poder-se-à admitir como a que apresenta maiores dificuldades na sua avaliação quantitativa. Isto é, não é fácil através de um simples número ou conjunto de números, tirar conclusões precisas quanto à compacidade de um sector. A medida proposta envolve duas grandezas: uma distância linear, *dist*, do sector e a procura que lhe está associada. A noção de “compacto” aparece aqui ligada, de alguma forma, à noção de “densidade”.

Tratando-se de uma medida relativa, ou seja, que servirá apenas para comparação entre sectores e no intuito de simplificação de cálculos, a medida de compacidade, para cada sector s , d_s , fica definida pelo quociente apresentado na expressão (5.11),

$$d_s = \frac{\sum_j q_{ij}}{\text{dist}(o_s, p_s)} \quad (5.11)$$

em que q_{ij} representa a carga ou a procura no j -ésimo ponto do sector s e $\text{dist}(o_s, p_s)$ a distância entre o centróide do sector s , o_s , e o ponto do

sector s , p_s , que se encontra mais afastado de o_s .

Maiores valores de d_s representam maiores valores de compacidade, ou seja, “maior densidade” do sector s .

É importante salientar que a medida considerada não garante a compacidade em absoluto (isto é, formas perfeitamente redondas), no entanto, identifica situações de excesso de dispersão e revelando melhores valores em sectores onde exista uma maior concentração de cargas.

Tome-se o exemplo da Figura 5.17. Os dois sectores em causa apresentam equilíbrio em termos da quantidade (totais de cargas exactamente iguais) mas as distribuições dos pontos que os formam são distintas. Ou seja, as cargas encontram-se distribuídas por seis pontos idênticos que apenas diferem entre sectores nas suas posições. O triângulo representa, em cada uma das situações, o respectivo centróide.



Figura 5.17: Dois sectores com a mesma quantidade e os respectivos centróides

Apesar de partilharem algumas semelhanças, os dois sectores apresentados na Figura 5.17 não apresentam a mesma *qualidade* ao nível da compacidade. Basta verificar, na Figura 5.18, que as distâncias de cada centróide aos pontos mais afastados, em cada caso, são diferentes. Pelo exposto relativamente ao que aqui se define como *compacidade* pode afirmar-se que o sector do lado esquerdo é mais compacto do que o sector do lado direito.

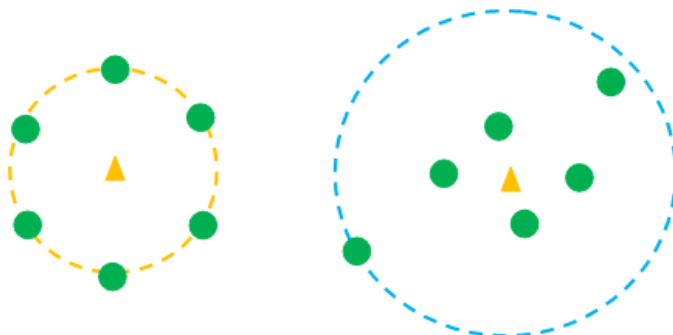


Figura 5.18: Dois sectores e as respectivas circunferências de maior raio centradas no centróide

A noção de compacidade envolve o conceito de *concentração* ou, e olhando para a aplicação prática, de *densidade de resíduos a recolher*. Tal significa que a *medida de compacidade*, à luz daquilo que aqui se define, pode ir para lá da desejável forma “arredondada” referida no Capítulo 2. Tome-se o exemplo da Figura 5.19 onde estão retratadas duas situações que apesar de apresentarem o desejado formato, não possuem igual compacidade. Os sectores são formados por pontos azuis e verdes, estes últimos de reduzida carga. Numa situação de recolha de resíduos poder-se-ia afirmar que a quantidade de resíduo a recolher no sector à direita é superior ao da esquerda, levando a concluir que, apesar das distâncias do centróide ao ponto mais afastado serem iguais nos 2 casos, o sector da direita é mais compacto do que o da esquerda.

Por fim, bons sectores deverão apresentar em média, compacidade elevada, expressão (5.12), nunca perdendo de vista o facto extremamente importante da semelhança entre sectores ser a maior possível, ou seja, a variabilidade entre sectores, expressão (5.13), convém que seja pequena.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^K d_i}{K} \quad (5.12)$$

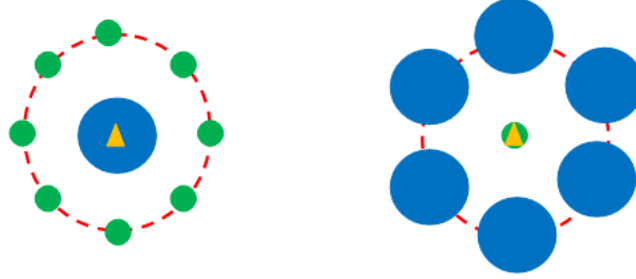


Figura 5.19: Diferentes compacidades em dois sectores com cargas diferentes e distâncias iguais dos centróides aos seus pontos mais afastados

$$CV_d = \frac{s'_d}{\bar{d}} \quad (5.13)$$

em que o desvio, s'_d , é calculado como indica a expressão (5.14).

$$s'_d = \sqrt{\frac{1}{K-1} \times \sum_{i=1}^K (d_i - \bar{d})^2} \quad (5.14)$$

5.1.6 Heurísticas de melhoramento

Em suma e tal como foi referido na secção anterior, a avaliação da qualidade dos sectores passa por analisar três medidas.

- **Equilíbrio** - a variabilidade entre as cargas de cada sector deverá ser a menor possível relativamente à média (próxima de 0);
- **Contiguidade** - o valor da média ponderada do número de vértices contíguos para a totalidade dos sectores deverá ser o maior possível (quanto mais próximo de 1, melhor);
- **Compacidade** - a variabilidade da compacidade relativamente ao valor médio deverá ser o menor possível (o mais perto de 0 possível).

5.1.6.1 Trocas maiores - Troca de elementos entre sectores

Para ilustrar a heurística desenvolvida, começa-se por apresentar um exemplo simples. Considere-se assim a Figura 5.20, com um grafo definido, como habitualmente, por $G = (V, E)$ em que $|V| = 16$, $|E| = 24$ e uma carga total igual a 136 unidades.

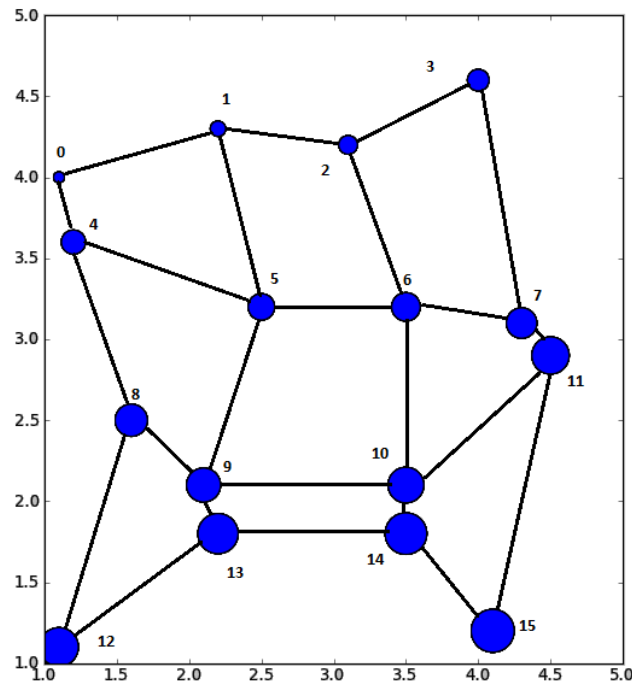


Figura 5.20: Grafo com 16 vértices, 24 arestas e uma carga total (procura total) de 136

Suponha-se que se pretende constituir 2 sectores com uma carga que não poderá ultrapassar o valor 72 ($136 < 2 \times 72$).

Não havendo informação relativamente a possíveis incompatibilidades entre vértices e aplicando a já referida “atração entre cargas” com crescimento do expoente do denominador (expressão (5.4)), obtém-se como resultado o exposto na Figura 5.21: o sector 0 representado pelos círculos vermelhos e o sector 1 pelos verdes.

Em termos quantitativos e tendo em conta as três características

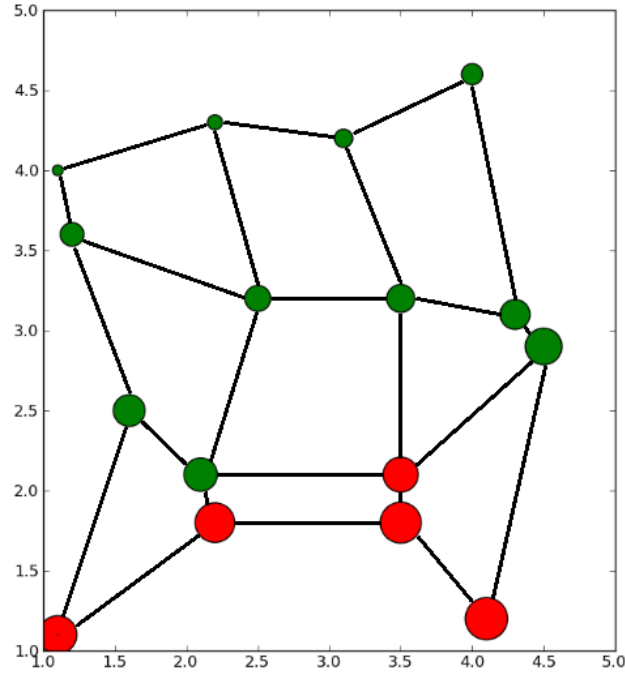


Figura 5.21: Dois sectores representados a verde e a vermelho

usadas pode dizer-se que:

Equilíbrio:

$$q_0 = 69, q_1 = 67, \bar{q} = 68 \text{ e } CV_q = 0.020797$$

Contiguidade:

$$c_0 = 1.0, c_1 = 1.0 \text{ e } \bar{c} = 1.0$$

Compacidade:

$$d_0 = 27.054915, d_1 = 21.925269, \bar{d} = 24.490092 \text{ e } CV_d = 0.148109$$

Em poucas palavras, a heurística de melhoria na construção dos sectores consistirá na troca de vértices entre sectores de maneira a conseguir melhorar a qualidade dos sectores obtidos. A escolha dos vértices que irão “saltar” de um sector para outro baseia-se na identificação do “elo mais fraco” dentro de cada sector, ou seja, remoção e troca dos últimos vértices a entrarem na constituição dos sectores.

O processo de “junção” de vértices faz-se, iteração após iteração, sempre pela ordem dos pares mais atractivos para os menos atractivos. Tal significa que, se se acompanhar a ordem de entrada dos vértices num determinado sector, pode-se concluir quanto à importância do vértice dentro do sector. De uma maneira geral, os últimos pontos a entrar num sector são aqueles que, embora não apresentem repulsa, são os “menos desejáveis” no grupo. Verificou-se que os últimos pontos que aderem a um sector são geralmente aqueles que se encontram mais afastados, que contribuem para uma diminuição da qualidade do sector especialmente ao nível da contiguidade e, mais ainda, da compacidade. Como tal, procedeu-se ao estudo da ordem das atracções nos sectores tentando melhorar a qualidade do resultado obtido. As ordens das atracções geradas, iteração após iteração e uma para cada sector, foram expressas numa Árvore de Atracções fazendo lembrar o usual dendograma numa análise de *clusters*.

Na continuação do exemplo anterior, os dois sectores gerados apresentam as Árvore de Atracções apresentadas na Figura 5.22.

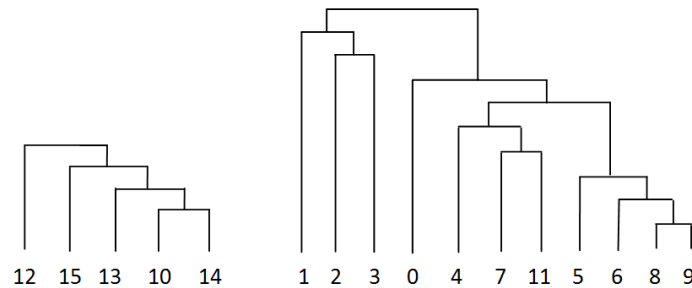


Figura 5.22: As Árvore de Atracções dos 2 sectores (à esquerda referente ao sector 0, à direita ao sector 1)

Por observação das duas Árvore de Atracções geradas pode-se concluir que os vértices 12 e 1 foram os últimos a ser incluídos nos sectores 0 e 1, respectivamente. (De notar que apenas foi considerada a troca

vértice a vértice mas o mesmo raciocínio poderia ser aplicado à troca de conjuntos de vértices.) A heurística de melhoria da qualidade dos sectores que aqui se propõe sugere a troca, entre os sectores, dos vértices que apresentem ligações “mais fracas” na respectiva Árvore de Atracções. No exemplo apresentado corresponderia a trocar os vértices 12 e 1 de sector, ou seja, o vértice 12 passaria para o sector 1 e o vértice 1 para o sector 0. Em primeiro lugar, há que recalcular as quantidades totais nos novos sectores assim formados. No caso da troca provocar, em algum dos sectores, um aumento da carga de tal maneira que seja superior à quantidade máxima permitida, é calculada a percentagem de excesso e perguntado ao decisor se considera que tal valor é ainda admissível. De notar que no caso prático aqui tratado, da recolha de RSU, o facto da carga (quantidade de resíduo a recolher) ultrapassar a quantidade máxima permitida para o sector em 2 ou 3% poderá não ser preocupante visto as quantidades a recolher serem calculadas por estimativa, havendo alguma margem de segurança. Após esta fase, os valores obtidos para o equilíbrio, bem como para a contiguidade e para a compacidade são comparados. Nova troca poderá ser feita entre outro par de pontos e novas comparações são estabelecidas de maneira a encontrar o que se afigura ser o melhor cenário, caso exista.

Voltando ao exemplo, a alteração dos sectores pela troca dos vértices 12 e 1 não parece ser uma boa escolha, ver Figura 5.23. A carga no sector 0 ultrapassa a quantidade máxima estipulada passando de 69 para 78, o CV_q aumenta para 0.207973. Além do mais, e no que diz respeito à contiguidade, um dos sectores, o sector 0, deixou de ser contíguo levando à diminuição de \bar{c} . Nem mesmo a compacidade melhorou. Verificou-se um aumento no valor de CV_d para 0.217229. Em qualquer uma das vertentes analisadas e perante o que aqui foi descrito, a troca dos dois vértices não parece ser uma boa opção.

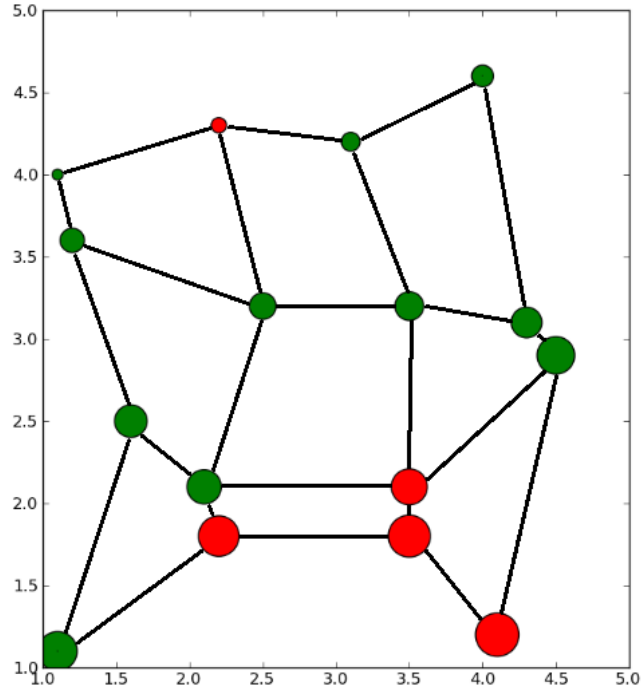


Figura 5.23: Sectores após a troca dos vértices

Escolha e reforço de “sementes” entre vértices incompatíveis

A ideia de “semente” no contexto da construção de sectores não é nova. Em Mourão et al. [2009], tanto nas heurísticas de duas fases como no método de melhor inserção apresentados é usado o conceito de “tarefa-semente” (seed-task). É escolhida uma aresta obrigatória depois, segundo algum dos critérios apresentados, são escolhidas, uma a uma, outras arestas obrigatórias, afastadas umas das outras, até se obter o desejado número de sectores. Cada uma destas arestas funcionará como “*autêntica semente*” de onde irá germinar uma rota. Toda a aresta de passagem obrigatória deverá ser incluída em alguma dessas rotas.

O recurso ao termo “semente” no contexto desta tese, não sendo o mesmo, apresenta algumas semelhanças com o de Mourão et al. [2009]. Em situações em que existe um conjunto de vértices que se repulsam

entre si eles não podem pertencer ao mesmo sector. Independentemente das distâncias entre eles, pode atribuir-se o papel de “semente” a cada um desses vértices.

Designa-se como reforço das sementes a duplicação da atracção entre os restantes vértices (não-sementes) que ligam a apenas uma das sementes. Desta maneira é construída, sempre que possível, em torno de cada vértice do conjunto dos incompatíveis (sementes) uma “fortaleza” para a criação dos sectores. Este procedimento propicia a contiguidade e a compacidade.

A Figura 5.24 reflecte, com um pequeno exemplo, a ideia em causa. Suponha-se que os vértices verde e vermelho da Figura 5.24(a) não podem pertencer ao mesmo sector, ou seja, há repulsa entre os dois. Dos restantes vértices, aqueles que ligam apenas a um e só desses dois, duplicam a sua força atractiva com esse vértice, Figura 5.24(b), aumentando assim a possibilidade de pertencerem ao mesmo sector no final.

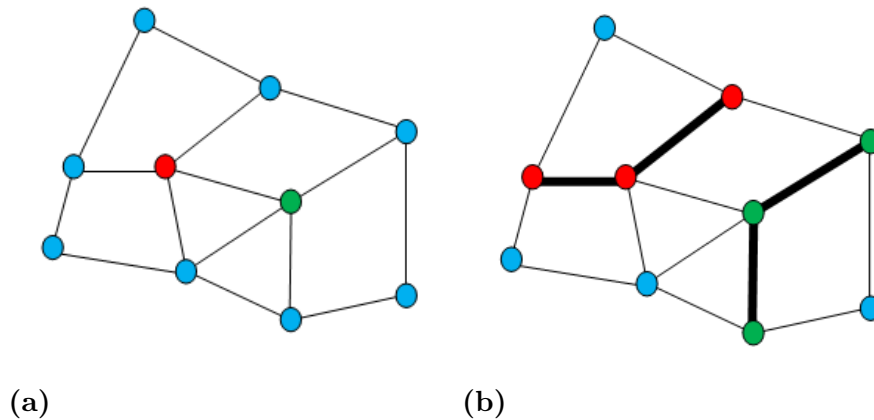


Figura 5.24: (a) A verde e a vermelho dois pontos com repulsa (b) Reforço da atracção entre os verdes e entre os pontos vermelhos

5.1.6.2 Situações particulares: Trocas menores e Subdivisões**Trocas menores entre sectores vizinhos**

De maneira muito simples estas trocas menores consistem na possibilidade de introduzir, em vez de freguesias inteiras, pequenas porções de um determinado sector num outro que lhe esteja próximo. No entanto, convém esclarecer que, em contexto real, estas misturas podem não ser possíveis de efectuar. Embora raramente, em limite, pode ser imposto às empresas responsáveis pela recolha que não haja mistura nas recolhas de diferentes localidades. Tal acontece, por exemplo, quando vários municípios partilham um mesmo serviço de recolha sendo que, cada município paga o serviço mediante a quantidade de resíduo produzida pelos seus munícipes. Assim sendo, um veículo que comece a recolher os resíduos da região *A* não pode, no mesmo circuito, recolher a região *B* e voltar a efectuar recolha na região *A*. As mudanças de região implicam a pesagem do veículo e tal situação seria complicada de gerir.

Podem ainda existir outros impedimentos menos radicais e mais comuns. Uma razão frequente para o impedimento da divisão de freguesias por diferentes sectores prende-se com o tratamento “não discriminatório” entre habitantes da mesma freguesia. Numa boa parte dos casos é exigido que a recolha dentro da mesma freguesia seja feita no mesmo percurso.

No entanto, nos casos em que esta não é uma imposição rígida e as periodicidades de recolha o permitam, a troca entre pontos de sectores diferentes, quando próximos, pode produzir bons resultados. A Figura 5.25 apresenta uma parte das freguesias de Merufe e Tangil. A amarelo estão representadas as ligações entre as duas freguesias. Os contentores de Tangil estão representados por quadrados laranja e os de Merufe pelos quadrados azuis.

No caso de estas duas freguesias ficarem atribuídas a sectores distintos, poderá ser interessante considerar a possibilidade dos cinco con-

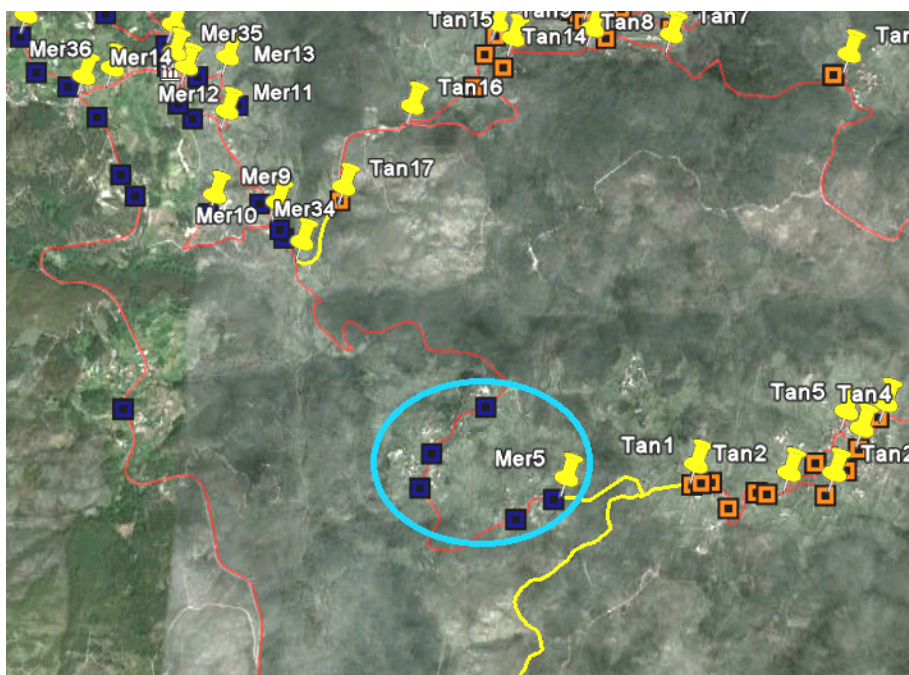


Figura 5.25: Divisão da vila de Monção em regiões mais pequenas

tentores ou conjunto de contentores dentro do círculo azul, poderão integrar o sector de Tangil.

Divisões mais profundas

No caso de freguesias em que a densidade populacional é substancialmente maior, o que acontece, por exemplo, com a própria vila de Monção, também ela uma freguesia, a quantidade de resíduos a recolher é bem superior à das restantes freguesias. O interesse em dividir uma freguesia grande em porções mais pequenas, ou seja, um ponto grande em pontos mais pequenos, segundo algum critério, é sentido a vários níveis. Por exemplo, permite que estes pontos mais pequenos se possam juntar a outros muito próximos que correspondem, neste contexto, à periferia dos centros urbanos e que de outra forma poderia não ser possível dada a elevada dimensão da freguesia urbana. Por outro lado, esta separação permite obter um sistema mais equilibrado de cargas.

Monção foi então, pelas razões já enunciadas, dividida em três grupos

(que podem ser aglomerados com outros). Nesta divisão foram seguidas as práticas habituais das empresas nesta área, usou-se a estrada principal que intercepta Monção (N202) como eixo separador, a vermelho na Figura 5.26, e separou-se ainda a zona histórica mais central da vila, rectângulo verde na mesma figura.

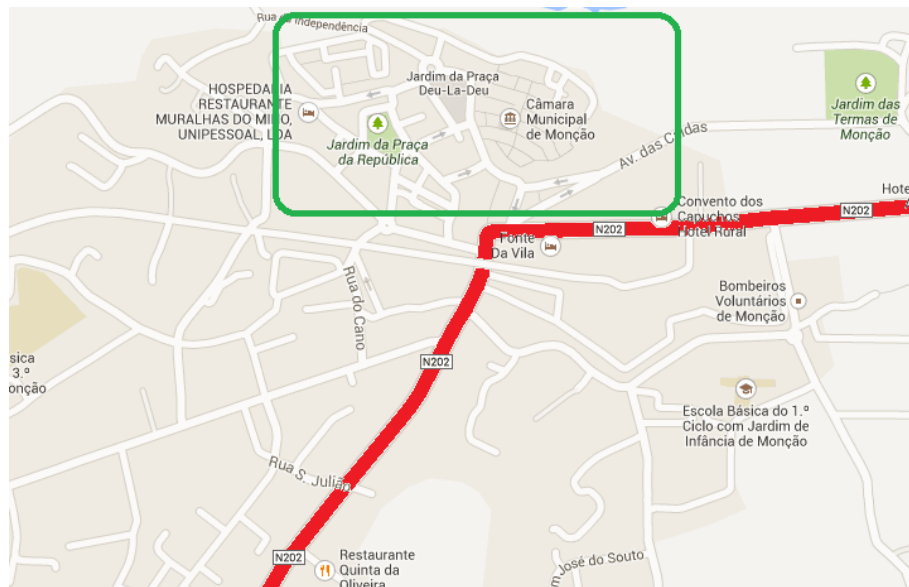


Figura 5.26: Divisão da vila de Monção em regiões mais pequenas

5.2 Rotas

Após a fase de divisão em sectores de um mapa inicial, representado por um grafo, a fase do desenho de rotas torna-se mais simples. As vantagens da sectorização não ficam apenas na simplificação devida à divisão de um problema grande em vários mais pequenos mas também porque algumas dificuldades relacionadas com a periodicidade das recolhas ou até eventuais incompatibilidades de introdução numa mesma rota determinados contentores ou regiões ficam, à partida, resolvidas.

5.2.1 Junção de vértices

De notar que, desde o início do processo, toda a informação que possa ser recolhida e que, de alguma forma, possa reduzir a dimensão do conjunto de soluções admissíveis é tida em consideração. Se, desde o início, é conhecido que ao servir a rua A , as ruas B e C também devem ser servidas pelo mesmo veículo no mesmo circuito, então as três devem estar incluídas no mesmo sector. Evitando desta forma que soluções onde as três não surjam juntas possam sequer ser consideradas.

No caso prático apresentado, a união de vértices recai na distribuição espacial já existente baseada no conceito de freguesia. Num outro contexto, poderia fazer todo o sentido agrupar contentores usando e tirando partido de outras divisões naturais ou arquitectónicas. Por exemplo, a junção de grandes condomínios, quarteirões urbanos, aldeias, bairros habitacionais podem justificar o agrupamento num mesmo circuito reduzindo, substancialmente, a dimensão do problema.

5.2.2 Visão intra-grupos iniciais

Representação de vértice e arestas dentro dos grupos iniciais (freguesias)

Tome-se o exemplo representado na Figura 5.27 de uma parte da freguesia de Abedim. Os quadrados verdes representam locais de deposição de resíduos pela população (contentores) distribuídos ao longo das ruas que compõem a freguesia. No caso de estarem vários contentores próximos, o que é usual não só em zonas de maior densidade populacional como em escolas ou até cemitérios, o mesmo quadrado representará não um mas um conjunto de contentores. Relembra-se que os contentores podem apresentar diferentes capacidades.

Após a identificação dos contentores, deve ser conhecida a rede viária da região para construção do grafo que retrata a região. Os vértices do grafo assim construído corresponderão a pontos de cruzamento ou



Figura 5.27: Freguesia de Abedim

de entroncamento e as arestas às ligações entre esses mesmos vértices. É de salientar que uma aresta poderá não corresponder exactamente a uma rua, especialmente em situações maioritariamente rurais com pouca diversidade de percursos, podendo representar um conjunto de ruas o que resultará numa redução significativa da dimensão do problema. No caso da pequena freguesia de Abedim já apresentada, os vértices e as arestas encontram-se representados a amarelo e a azul, respectivamente, na Figura 5.28.

Continuando com a freguesia de Abedim como exemplo, segue-se uma fase de identificação do comprimento das arestas e do cálculo das estimativas do tempo de passagens com recolha (dependente do número e do tipo de contentores) e sem recolha. A Figura 5.29 mostra a tabela construída para o caso desta freguesia. Se a quantidade a recolher for igual a zero tal significa que a aresta é facultativa. Nesse caso, embora não faça sentido falar em custo associado à recolha tomou-se o valor do custo associado à passagem sem recolha (*deadheading*). Dito de outra

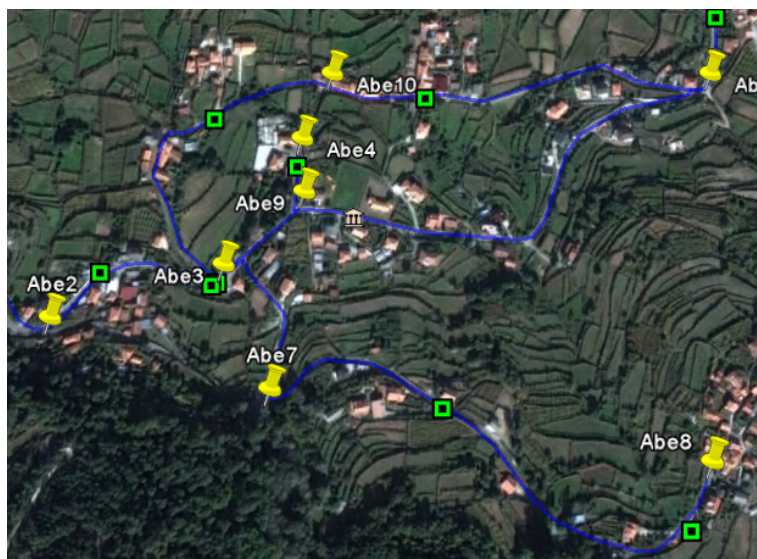


Figura 5.28: Freguesia de Abedim - representação dos vértices e das arestas

forma, de cada vez que os custos de passagem com e sem recolha são iguais significa que, nessa aresta, a recolha é igual a 0.

Freguesia	Aresta		Comp (m)	Quantidade Total	Estimativa(seg)	
	De...	até...			Serviço	Deadheading
Abedim	Abe1	Abe2	400	1,6	148,8	28,8
	Abe2	Abe3	200	2,4	194,4	14,4
	Abe3	Abe9	110	0	7,92	7,92
	Abe9	Abe4	65	0,8	64,68	4,68
	Abe9	Abe5	500	0	36	36
	Abe3	Abe10	350	0,8	85,2	25,2
	Abe10	Abe5	400	0,8	88,8	28,8
	Abe5	Abe6	850	1,6	181,2	61,2
	Abe3	Abe8	700	0,24	110,4	50,4

Figura 5.29: Custos de passagem e quantidade de resíduo a recolher na Freguesia de Abedim

O mesmo procedimento é tomado para as restantes freguesias do concelho de Monção. A Figura 5.30 apresenta, com pequenos quadradinhos, o posicionamento dos diferentes contentores do concelho de Monção. As cores distintas diferenciam as 33 freguesias do concelho. Como foi referido no Capítulo 3 as freguesias consideradas são as anteriores às

publicadas na Lei nº. 11-A/2013, de 28 de Janeiro que aprova a reorganização administrativa do território das freguesias.

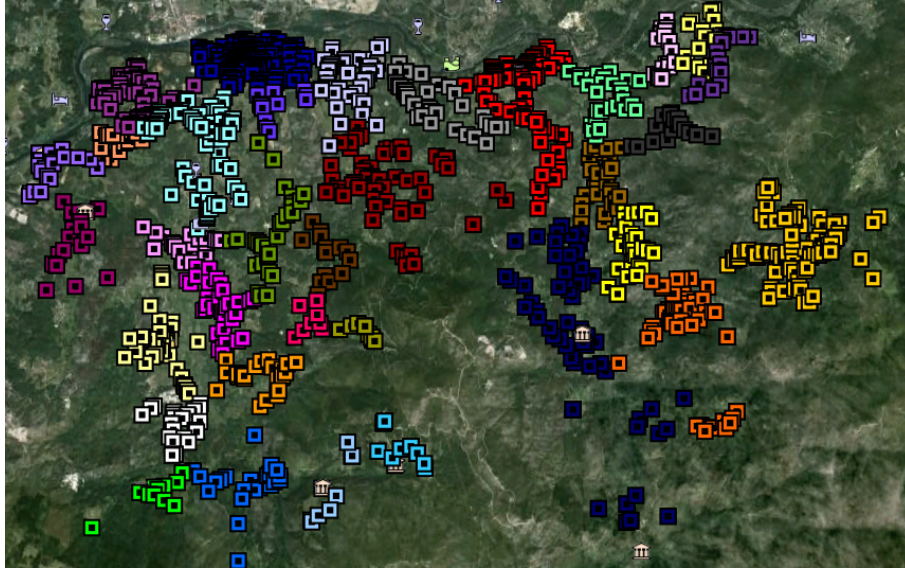


Figura 5.30: Conjunto dos contentores distribuídos pelas diferentes freguesias do concelho de Monção

5.2.3 Visão inter-grupos iniciais

Representação de metavértices e metarestas entre grupos iniciais (freguesias)

Depois de uma fase em que são consideradas as ligações dentro de cada uma das freguesias ou partes de freguesias (caso da vila de Monção), passa-se ao estudo das ligações entre essas mesmas freguesias. Nesta fase, são calculadas as distâncias mais curtas entre freguesias vizinhas. Também aqui as distâncias correspondem a distâncias reais, ou seja, às verdadeiras distâncias que o veículo terá de percorrer entre as freguesias. Duas freguesias são consideradas vizinhas se for possível passar de uma a outra directamente, ou seja, se é possível chegar de uma a outra sem passar por uma terceira freguesia. A Figura 5.31 apresenta, a diferentes cores, os centróides referentes a cada uma das freguesias. Círculos mai-

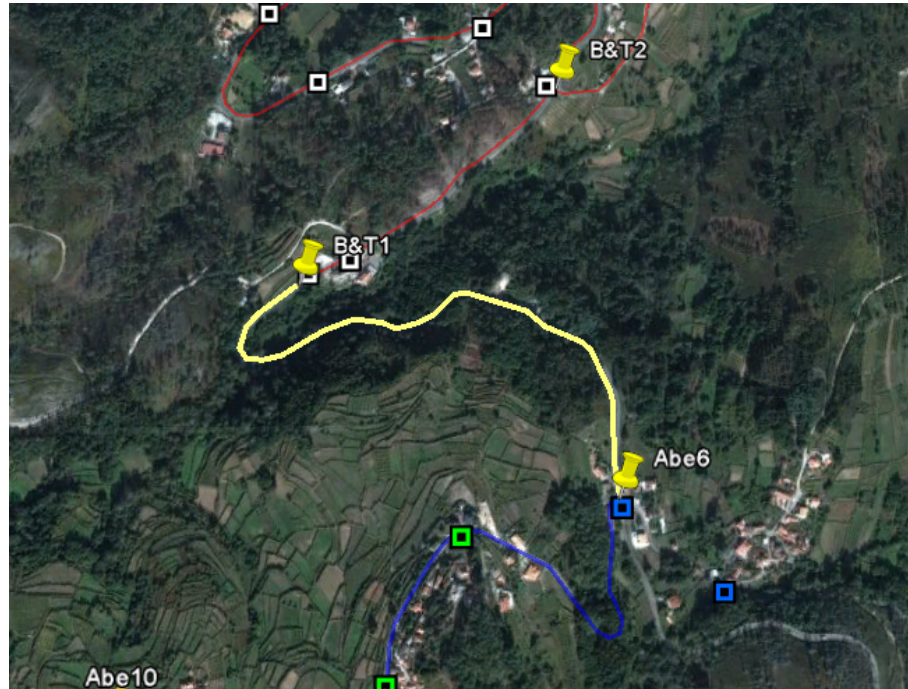


Figura 5.32: Caminho, a amarelo, que liga Abedim a Barroças e Taias

Na Figura 5.33 as linhas vermelhas representam parte do metagrafo em torno da freguesia de Abedim. Os três metavértices referem-se às freguesias de Abedim, Barroças e Taias e Portela.

5.2.4 Algumas especificidades

Em algumas partes muito específicas da região, em situações de freguesias *mais rurais* e dispersas, com baixa densidade populacional, logo com reduzidas quantidades de resíduo a recolher, faz sentido que o veículo ao entrar numa dessas freguesia, muitas vezes isolada das restantes, efectue toda a recolha no local e só depois se dirija para outra freguesia. Pela baixa produção de resíduos, a restrição relativa à capacidade do veículo pode não se colocar. Dito de outra forma, quando o veículo entra na freguesia tem capacidade disponível suficiente para recolher toda a freguesia. Assim sendo, em instâncias de elevada dimensão, poderá

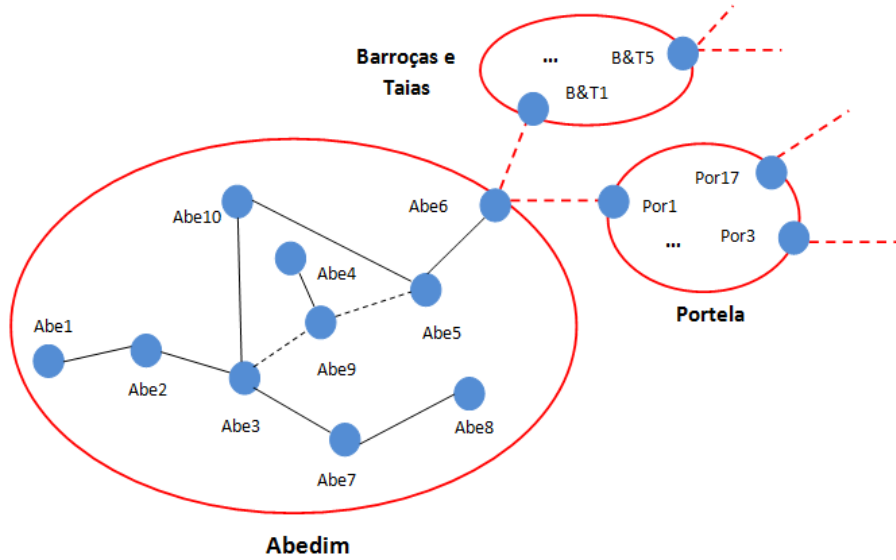


Figura 5.33: Parte do metagrafo referente ao concelho de Monção

fazer sentido aproximar o problema, dentro dos limites da freguesia, a um RPP “saindo” do CARP deixando cair as restrições impostas pela capacidade. Tal simplificação pode ser muito vantajosa se a dimensão das instâncias for elevada. Esta simplificação não é exclusiva para freguesias dispersas. Condomínios fechados, pequenas aldeias ou vilas isoladas poderão justificar um tratamento semelhante.

Em limite, se uma vasta região for composta por um grande número de pequenos aglomerados dispersos, cada um desses núcleos pode ser tratado isoladamente como um RPP, Figura 5.34(a). As linhas a tracejado representam as distâncias mais curtas entre esses mesmos núcleos. Posteriormente, a cada um deles faz-se corresponder uma aresta obrigatória com um custo igual ao resultado obtido na resolução do RPP e com uma procura associada igual à quantidade de resíduos produzidos nesse núcleo, Figura 5.34(b).

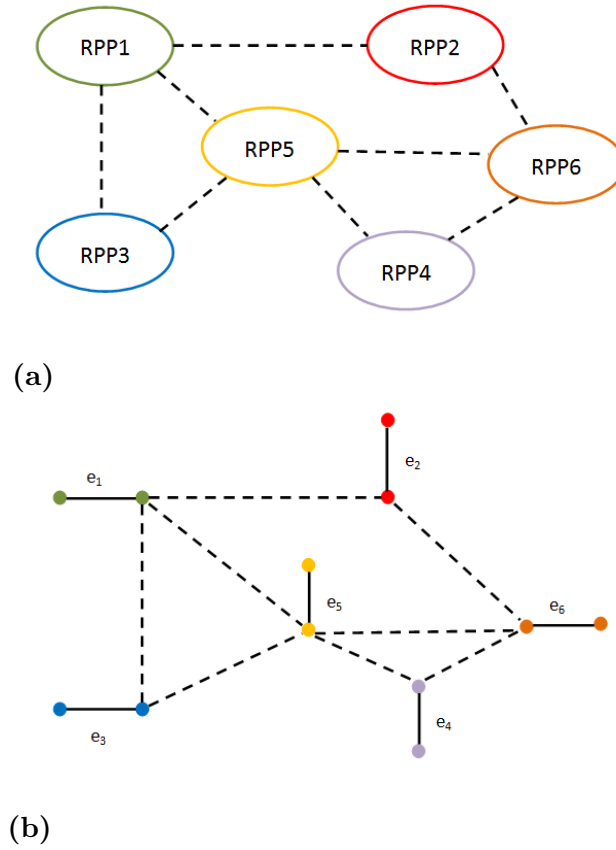


Figura 5.34: (a) Vários RPPs (b) Representação de um CARP

5.2.5 Obtenção das rotas

De uma maneira geral as rotas são obtidas por aplicação de programação linear inteira mista a um problema definido como MCARP-LML conforme se define no Capítulo 4.

A resolução de algumas *especificidades* como as indicadas na Secção 5.2.4, a existirem, são tratadas com recurso aos Algoritmos Meméticos apresentados em Rodrigues e Ferreira [2012]. O desenvolvimento apresentado podendo resolver problemas de grande dimensão apresenta a desvantagem de apenas resolver o problema não direccionado, ou seja, o URPP. Por outro lado, é comum em pequenos centros populacionais, o veículo colector poder circular nas ruas em ambos os sentidos.

5.3 Integração de Sectores e Rotas

A Figura 5.35 estabelece o esquema do processo de construção e melhoria de sectores e respectivas rotas. Perante um caso de recolha de RSU, onde um conjunto de contentores, ruas e periodicidades são conhecidos, duas situações poderão ser consideradas. A primeira situação, mais rara, é aquela em que não há qualquer conhecimento sobre a região não se estabelecendo afinidades entre pequenas zonas. A segunda situação, a mais comum, é aquela em que algumas zonas a recolher apresentam algum grau de afinidade. São exemplos os quarteirões habitacionais, aldeias ou pequenas vilas, condomínios, bairros, etc. Essa inclusão no mesmo circuito, para além de simplificar o problema, pode ainda apresentar outras duas vantagens: não existir “discriminação” entre munícipes vizinhos e, numa área em que a recolha não seja diária, evitar que o veículo colector circule todos os dias na zona por esta não estar toda incluída no mesmo circuito. Convém referir que os vértices do grafo no qual assenta este problema de rotas em arcos referem-se a pontos de cruzamento ou entroncamento relevantes e não aos contentores. As arestas, como em qualquer grafo ligam vértices que, neste caso particular, podem significar ruas ou conjuntos de ruas, e cuja procura corresponderá ao somatório de todos os contentores nesse espaço.

Os metavértices são aglomerados em sectores onde questões relacionadas com a periodicidade são consideradas conduzindo à necessária duplicação de alguns metavértices. É importante referir que a matriz de atracções desempenha um papel importante, revelando muita da informação empírica que poderá existir sobre a região. Após a definição dos sectores segue-se uma fase de análise da qualidade dos resultados obtidos onde são tidos em consideração: o equilíbrio das cargas nos sectores, a contiguidade e a compacidade. Algumas alterações poderão ser introduzidas na constituição dos sectores pela análise da árvore de atracções de cada um dos sectores. Cortes nos ramos “mais afastados” das

árvores de cada sector e posterior troca entre eles poderão, ou não, levar à constituição de sectores com maior qualidade. Obtidos que estão os sectores, passa-se para uma fase de desenho de rotas. Nesta fase, o problema, de menor dimensão que o inicial, já não apresenta restrições relativas à periodicidade. Métodos exactos são usados para a resolução do MCARP-LML gerado. Os circuitos obtidos são analisados no sentido do equilíbrio das rotas. Circuitos desequilibrados poderão sugerir alterações nos sectores e o processo é repetido até obtenção de rotas “aceitáveis”.

Em situações mais particulares é possível resolver, após aglomerar os vários pontos em metavértices, um RPP *dentro* de cada um deles, usando métodos heurísticos.

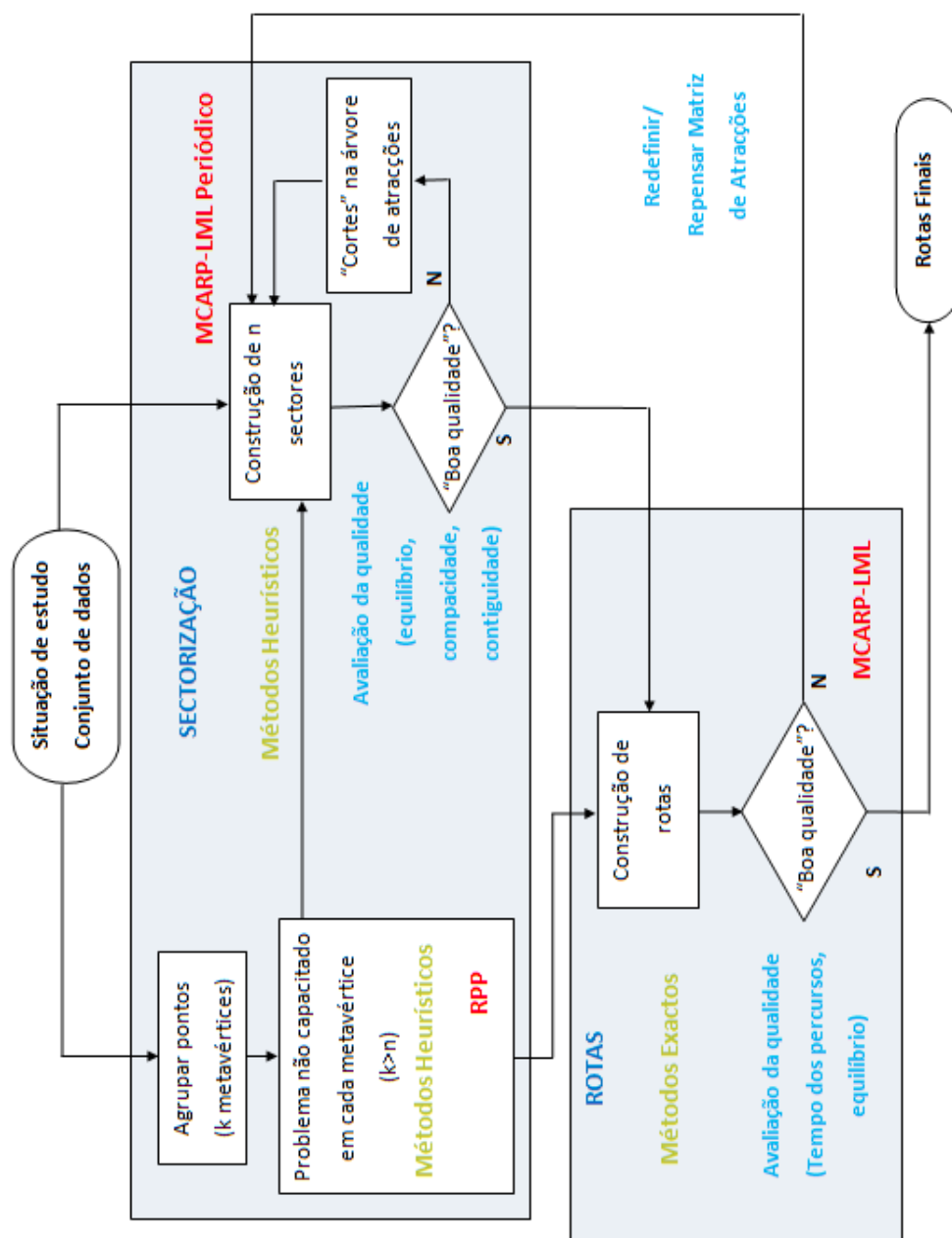


Figura 5.35: Esquema geral do processo de construção de rotas

Capítulo 6

Resultados Computacionais

Inútil seguir vizinhos

Querer ser depois ou ser antes.

Cada um é seus caminhos!

Onde Sancho vê moinhos,

D.Quixote vê gigantes.

Impressão Digital - António Gedeão

(1906-1997)

Este capítulo, dedicado aos resultados computacionais, apresenta os principais resultados obtidos aquando da aplicação da abordagem descrita no Capítulo 5. Após a introdução seguem-se duas secções dedicadas a resultados obtidos em instâncias geradas aleatoriamente ou adaptadas da literatura para sectores e para rotas. A última secção é dedicada exclusivamente ao caso de estudo. São apresentados os resultados obtidos com as instâncias reais.

6.1 Introdução

No presente capítulo são apresentados os principais resultados, quer ao nível da construção de sectores, quer ao nível da construção de rotas. Na Secção 6.2 são apresentados 3 exemplos construídos com o objectivo de explicar e salientar algumas das potencialidades verificadas com a “abordagem electromagnética” usada. Na Secção 6.3 são revelados os resultados obtidos na aplicação a instâncias que, não sendo as originais que se apresentam na literatura, foram adaptadas para que pudessem testar os modelos descritos anteriormente. As referidas instâncias foram adaptadas dos conhecidos conjuntos *GDB* e *mval*, originalmente com 23 e 34 instâncias, respectivamente, e que podem ser encontradas em [http : /www.uv.es/belengue/carp.html](http://www.uv.es/belengue/carp.html) e em [http : //www.uv.es/belengue/mcarp/index.html](http://www.uv.es/belengue/mcarp/index.html). Finalmente, na Secção 6.4 são apresentados os resultados da instância real quer ao nível dos Sectores quer ao nível das Rotas construídas após a geração dos sectores. São igualmente apresentados os valores obtidos nas diferentes medidas de avaliação de qualidade estabelecidas anteriormente.

Os dados relativos às instâncias tratadas podem ser consultados em [http : //www.inescporto.pt/](http://www.inescporto.pt/) ~ *amr*.

6.2 Sectores

Seguidamente serão apresentados resultados de apenas alguns testes efectuados na construção de sectores em instâncias geradas aleatoriamente. Foram, para o efeito, gerados 3 exemplos. Nos dois primeiros exemplos (Exemplo *Sectores₁* e Exemplo *Sectores₂*) é dado especial ênfase ao equilíbrio das cargas. São retiradas informações qualitativas ao nível das restantes medidas de qualidade dos sectores obtidos: a compactidade e a contiguidade. Estes testes pretendem revelar os resultados obtidos aquando da aplicação de duas fórmulas diferentes no cálculo das atracções. Também no Exemplo *Sectores₂* são feitos testes relativamente à existência ou não de aterros e ao posicionamento destes relativamente ao conjunto de pontos. No terceiro exemplo (Exemplo *Sectores₃*) é utilizada, no cálculo da atracção, a expressão que melhores resultados obteve nos dois exemplos anteriores para diferentes números de sectores. Aqui são revelados os valores obtidos para as três medidas da qualidade. Ainda neste último exemplo são apresentadas situações de especiais atracções ou repulsas entre vértices de um grafo.

6.2.1 Exemplo *Sectores₁*

Na Figura 6.1 estão representados 125 pontos distribuídos aleatoriamente no plano que, de forma igualmente aleatória, apresentam diferentes cargas. O objectivo passa por formar sectores que apresentem características interessantes, primeiramente, ao nível do equilíbrio das cargas.

Suponha-se que se pretende obter 4 sectores. Foram testadas as duas formulações apresentadas no Capítulo 5 no cálculo da matriz de atracções. Lembra-se a primeira que é a apresentada na expressão 5.2 com expoente do denominador constante e igual a 2,

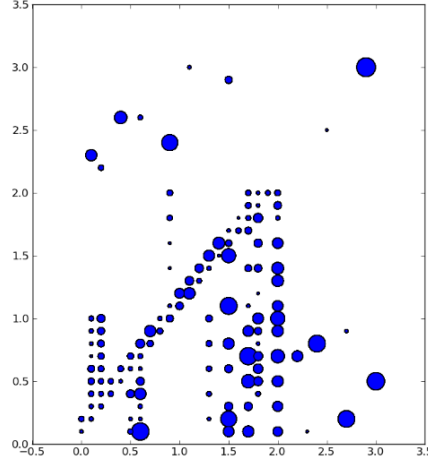


Figura 6.1: Distribuição aleatória de 125 pontos no plano com diferentes cargas

$$a_{ij} = \|\vec{a_{ij}}\| = \|\vec{a_{ji}}\| = \frac{q_i * q_j}{d_{ij}^2}$$

e a segunda que se define na expressão 5.4 com expoente do denominador crescente iteração após iteração,

$$\|\vec{a_{ij}^d}\| = \|\vec{a_{ji}^d}\| = \frac{q_i * q_j}{d_{ij}^{2+NIP-NS}}.$$

De recordar que NIP representa o **N**úmero **I**nicial de **P**ontos (no exemplo considerado 125) e NS o **N**úmero corrente de **S**ectores, que na primeira iteração começa por ser igual a 125, na segunda igual a 124 e assim sucessivamente até se obter os 4 sectores desejados.

As Figuras 6.2 (a) e (b) apresentam, respectivamente, a cores diferentes, os resultados obtidos da atracção pela aplicação da primeira formulação e pela segunda. Outros dois pontos que terão o papel de *pontos de deposição* ou *aterros* aparecem representados nas diferentes figuras por pequenos triângulos vermelhos com as coordenadas $A_1 = (0, 0.5)$ e $A_2 = (3, 2)$.

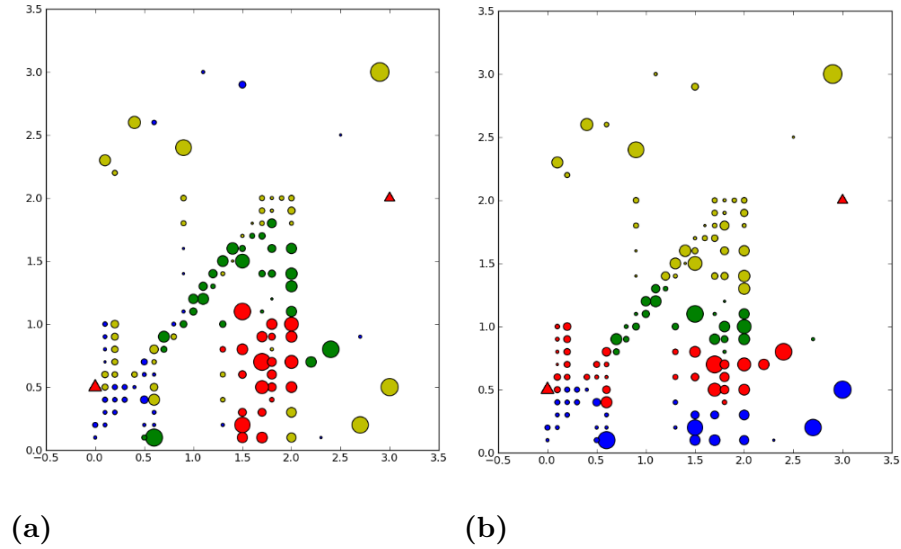


Figura 6.2: Quatro sectores obtidos por atracção com (a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)

Tendo em atenção unicamente o equilíbrio das cargas, verifica-se que, no cálculo das atracções, o uso da expressão (5.2) conduz a um coeficiente de variação de $CV_q = 0.756575$. Já o uso da expressão (5.4) conduz ao valor: $CV_q = 0.608474$

Se, em vez de 4 se passar para 5 sectores, os resultados, seguindo a mesma ordem que anteriormente, são os que constam da Figura 6.3.

Atendendo, mais uma vez, apenas ao equilíbrio o coeficiente de variação passa de $CV_q = 0.737185$ no primeiro caso para $CV_q = 0.563027$ no segundo.

Quer no caso em que são considerados 4 sectores, como no caso em que são considerados 5, mantendo os *aterros* inalterados, relativamente ao equilíbrio os resultados são melhores quando se considera a atracção construída com base na expressão (5.4). Também se conclui, por simples observação da disposição das cores, que é nesta segunda formulação

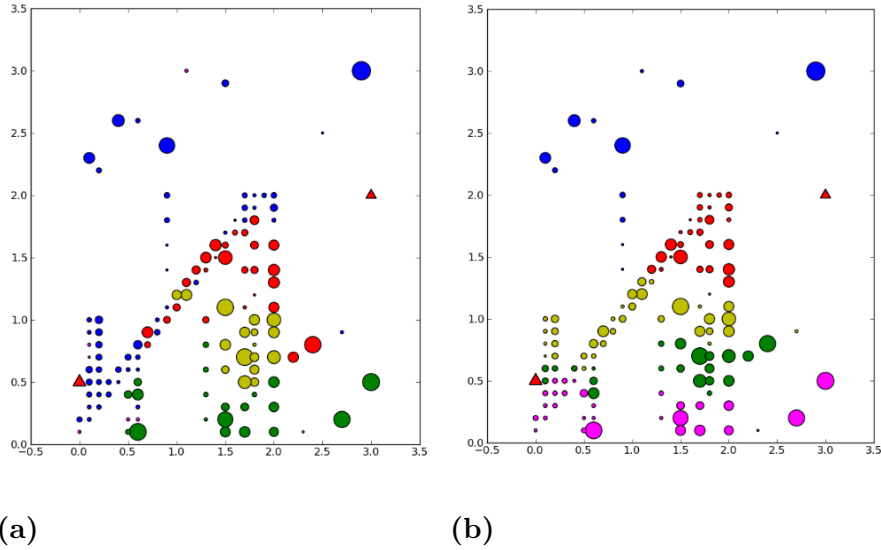


Figura 6.3: Cinco sectores obtidos por atracção com (a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)

que os sectores se distribuem de maneira “mais organizada”. Mesmo que os *pontos de deposição* mudem de posição, a segunda formulação continua a ter características mais interessantes do que a primeira. Veja-se o exemplo apresentado na Figura 6.4 para 5 sectores em que os supostos *aterros* mudam as suas coordenadas para $A_1 = (0, 3)$ e $A_2 = (3, 2)$. A situação mais favorável continua a ser a do lado direito (b) referente à segunda formulação. Os valores obtidos para os coeficientes de variação das quantidades, nos dois casos representados em (a) e (b) foram, respectivamente, 0.737185 e 0.544181. Mudando a posição dos aterros não se verificou qualquer alteração no equilíbrio com a primeira formulação.

6.2.2 Exemplo *Sectores₂*

Na Figura 6.5 está representado um conjunto de mais de 300 pontos (ou vértices), com diferentes cargas (ou procuras), que se encontram

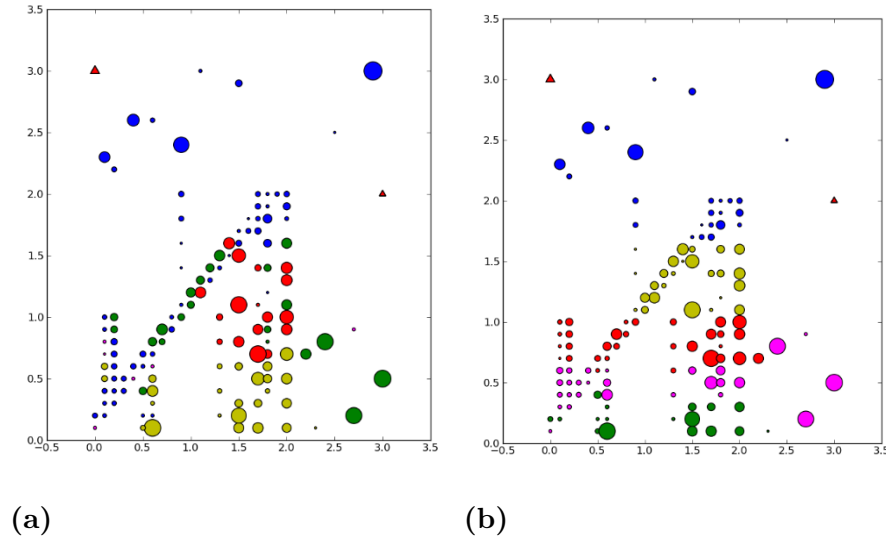


Figura 6.4: Cinco sectores, com diferentes aterros, obtidos por atracção com
(a) expressão (5.2) (b) expressão (5.4)

distribuídos ao longo de uma grelha. A grelha indica as ligações (as arestas) entre os pontos. Poderão existir ligações entre cada ponto e os pontos imediatamente à esquerda e à direita. Existem igualmente ligações ao longo do encadeamento *ligeiramente inclinado* como se constata na Figura 6.5.

Na partição em 4 sectores, foram aplicadas as duas formulações e os resultados constam da Figura 6.6. Constatou-se que, em termos do coeficiente de variação das quantidades distribuídas pelos sectores (CV_q), os resultados foram para a primeira e segunda formulações de, respectivamente, 0.696898 e 0.591111.

No caso da segunda formulação foram ainda consideradas duas situações diferentes em que houve alteração nas localizações e no número de pontos de deposição. Ao nível do equilíbrio, quando se compara os resultados agora obtidos com o caso inicial (Figura 6.6 à direita) verifica-se que as soluções foram ligeiramente piores. O valor do CV_q passou de 0.591111 para 0.605934 com um aterro (Figura 6.7 à esquerda) e para

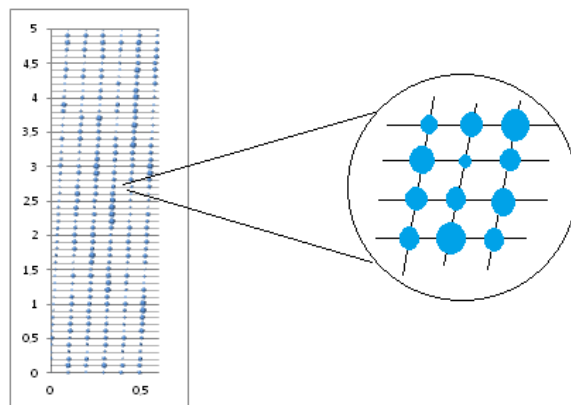


Figura 6.5: Distribuição de 306 pontos no plano com cargas definidas aleatoriamente

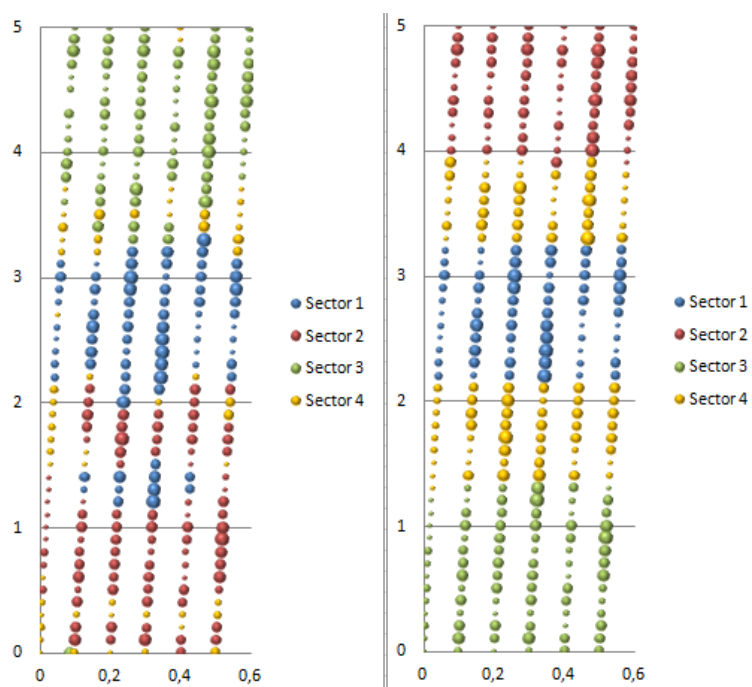


Figura 6.6: Quatro sectores com a primeira formulação, à esquerda, e a segunda, à direita

0.619272 com dois aterros (Figura 6.7 à direita). No entanto, os resultados obtidos são mais satisfatórios ao nível da contiguidade, sendo

agora máxima em qualquer uma das duas situações consideradas, como se pode verificar na Figura 6.7.

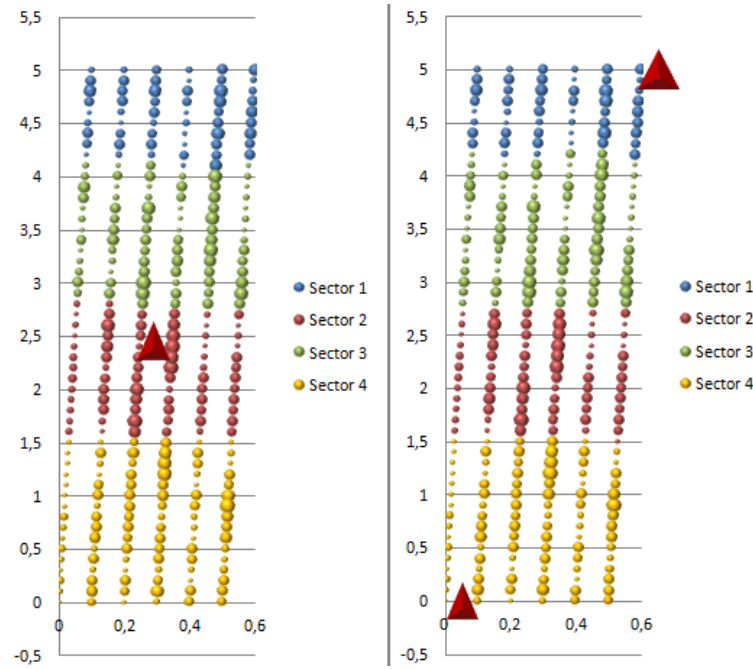


Figura 6.7: Quatro sectores com a segunda formulação: 1 aterro, à esquerda, e 2 aterros, à direita

Verificou-se, de uma maneira geral, que os resultados obtidos quando considerada a segunda formulação no cálculo das atracções (expressão (5.4)), são mais interessantes do que a primeira (expressão (5.2)). Dos vários testes efectuados verificou-se que a localização dos aterros influencia os resultados originando uma melhor distribuição das cargas.

Nos exemplos até aqui considerados apenas se usou, quantitativamente, a medida de equilíbrio das cargas estipulada. Outras conclusões, resultantes das demais características dos sectores obtidos, resultaram simplesmente de uma avaliação qualitativa dos mesmos.

6.2.3 Exemplo $Sectores_3$

No exemplo seguinte foram considerados 100 pontos (vértices) que, com diferentes cargas, se distribuem ao longo de uma grelha. A Figura 6.8 inclui esses mesmos vértices e as arestas que os ligam.

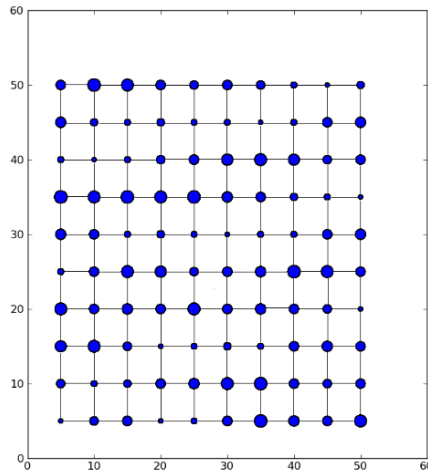


Figura 6.8: Distribuição de 100 pontos ao longo de uma grelha com diferentes cargas

Usando a segunda formulação das atrações dos pontos (expressão 5.4), por apresentar melhores resultados em muitos exemplos testados, começou-se por considerar a formação de 4, 6, 7 e 10 sectores sem qualquer efeito dos pontos de deposição (aterros). Também se supõe um total desconhecimento da rede, ou seja, não há, à partida, situações de incompatibilidade ou de favorecimento nas ligações entre pontos. Os sectores obtidos constam da Figura 6.9 e os resultados, identificados pela respectiva alínea, encontram-se na Tabela 6.1.

Foi testado o mesmo procedimento que o anteriormente apresentado na constituição de 4, 6, 7 e 10 sectores mas, desta vez, foi tida em atenção a acção de aterros que se encontram fora da “mancha de pontos”, e que, como habitualmente, são representados por pequenos triângulos vermelhos. Os resultados são apresentados na Figura 6.10 e os valores

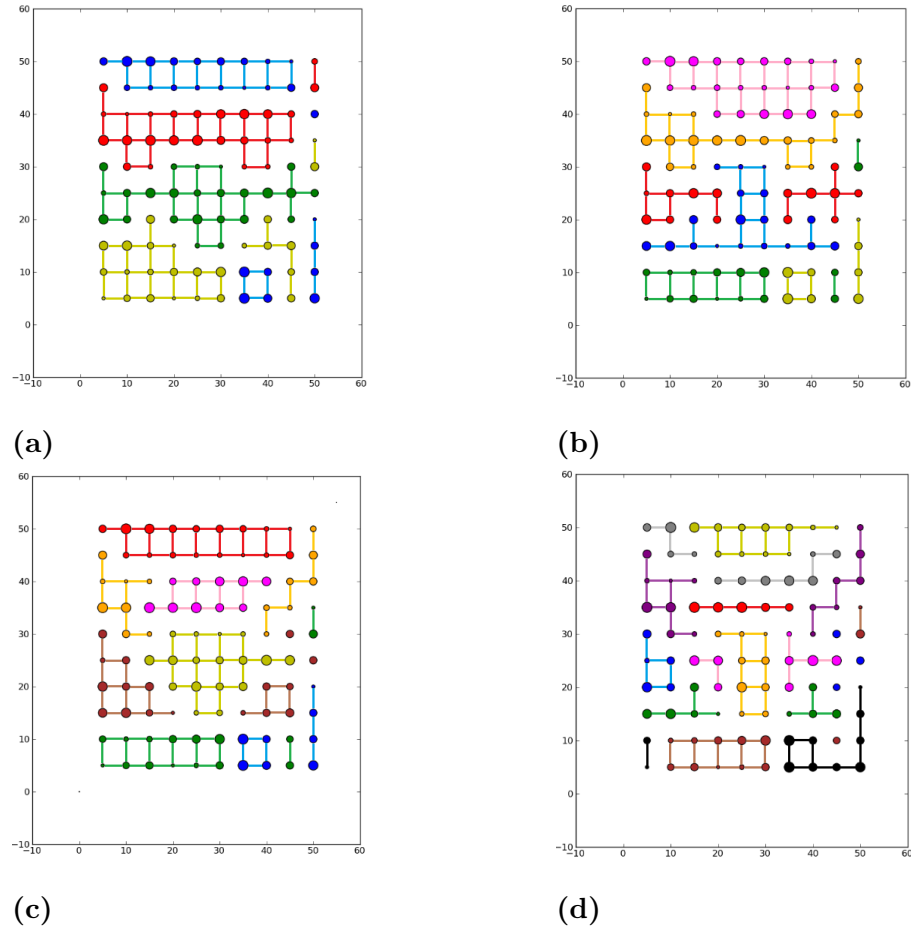


Figura 6.9: Resultados sem acção dos aterros para (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores

obtidos constam da Tabela 6.1 igualmente identificados pela respectiva alínea.

A Figura 6.11 apresenta o gráfico a 3 dimensões dos resultados presentes na Tabela 6.1. As três dimensões consideradas: equilíbrio das cargas, compacidade e contiguidade foram medidas, respectivamente, por:

1. Coeficiente de variação do equilíbrio (CV_q) - pretende-se que seja o mais pequeno possível (idealmente igual a zero);
2. Coeficiente de variação da compacidade (CV_d)- pretende-se que

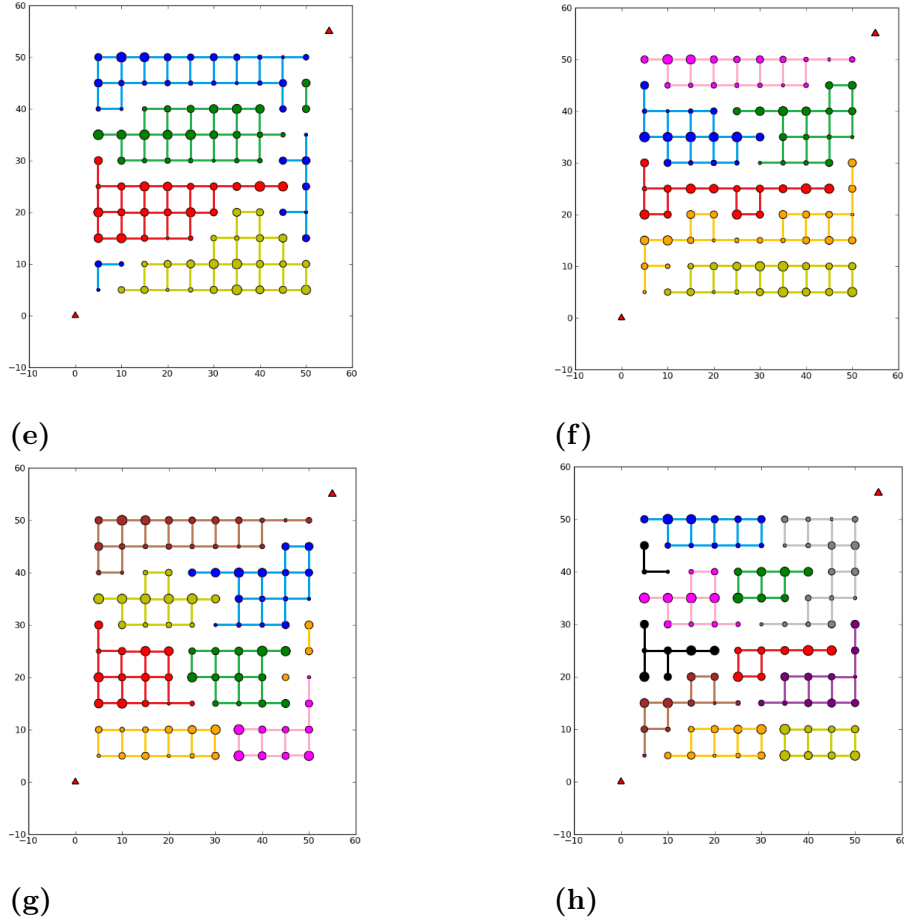


Figura 6.10: Resultados com acção de 2 aterros para (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores

Tabela 6.1: Valores das medidas de qualidade na formação de 4, 6, 7 e 10 sectores com e sem aterros

ID	Aterros	Nº Sectores	CV_q	CV_d	\bar{c}
(a)	Não	4	0.586659	0.583604	0.696733
(b)	Não	6	0.519666	0.557082	0.804952
(c)	Não	7	0.452668	0.641422	0.703702
(d)	Não	10	0.448866	0.422605	0.630381
(e)	Sim	4	0.582870	0.624208	0.806255
(f)	Sim	6	0.477674	0.483513	1.000000
(g)	Sim	7	0.418132	0.487089	0.955714
(h)	Sim	10	0.405085	0.391145	0.953333

seja o mais pequeno possível, tal como no caso anterior, isto é, que a “concentração” das cargas seja, entre sectores, o mais semelhante possível e

3. Média ponderada da contiguidade de cada sector (\bar{c})- sendo desejável que seja o maior possível (idealmente igual a um).

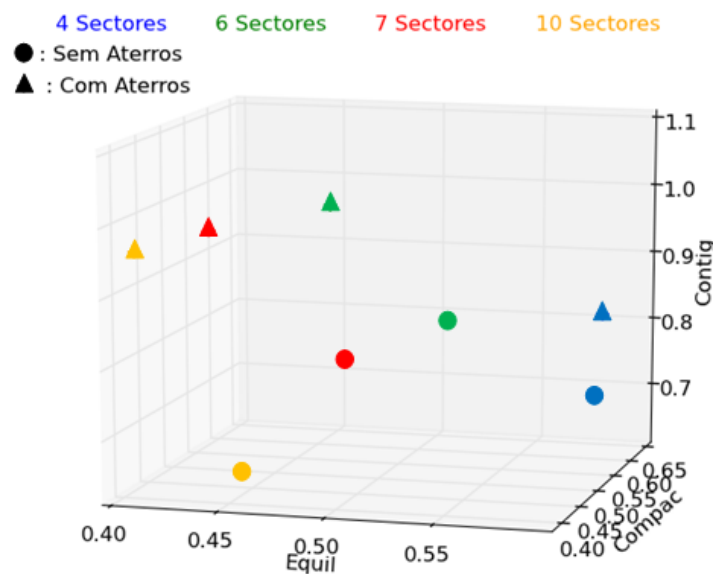


Figura 6.11: Valores das medidas de qualidades para 4, 6, 7 e 10 sectores sob influência ou não dos aterros

Pela observação do gráfico da Figura 6.11 pode, mais facilmente, concluir-se que os resultados obtidos quando se considera a acção dos 2 aterros são melhores para qualquer número de sectores quer ao nível do equilíbrio, quer ao nível da contiguidade. Ou seja, quando os aterros são considerados, as cargas dos sectores apresentam maior semelhança entre si e os vértices, dentro de cada sector estão “menos dispersos” apresentando mais ligações entre si.

Já ao nível da compacidade, a introdução dos aterros fez melhorar os resultados com excepção da situação em que se constituíram 4 sectores.

Neste último caso deu-se um ligeiro aumento do respectivo coeficiente de variação.

Usando ainda a mesma distribuição dos vértices e das arestas e respectivas cargas, foram testadas outras situações que envolvem hipotéticas relações de atracção e repulsa entre algumas das cargas. A Figura 6.12 representa a situação em que os 4 pontos centrais, apesar de estarem próximos uns dos outros, por alguma razão estão impossibilitados de estar inseridos no mesmo sector.

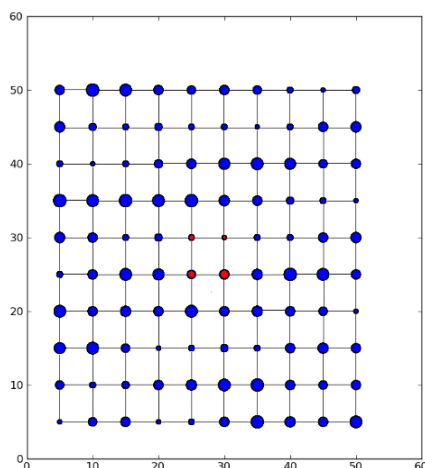


Figura 6.12: Quatro pontos centrais, a vermelho, que se repulsam entre si

Considerando a acção dos mesmos dois aterros definidos anteriormente e usando, mais uma vez, a segunda fórmula no cálculo das atracções, na construção dos 4, 6, 7 e 10 sectores foram obtidos os resultados apresentados na Figura 6.13 pela mesma ordem.

Os resultados obtidos para cada um dos 4 casos constam da Tabela 6.2 identificados pelas respectivas alíneas da Figura 6.13.

Se, em redor dos 4 pontos centrais, for considerado o aumento das atracções pelo reforço das sementes na formação dos sectores, obtêm-se os resultados que se apresentam na Figura 6.14. Os valores obtidos constam igualmente da Tabela 6.2.

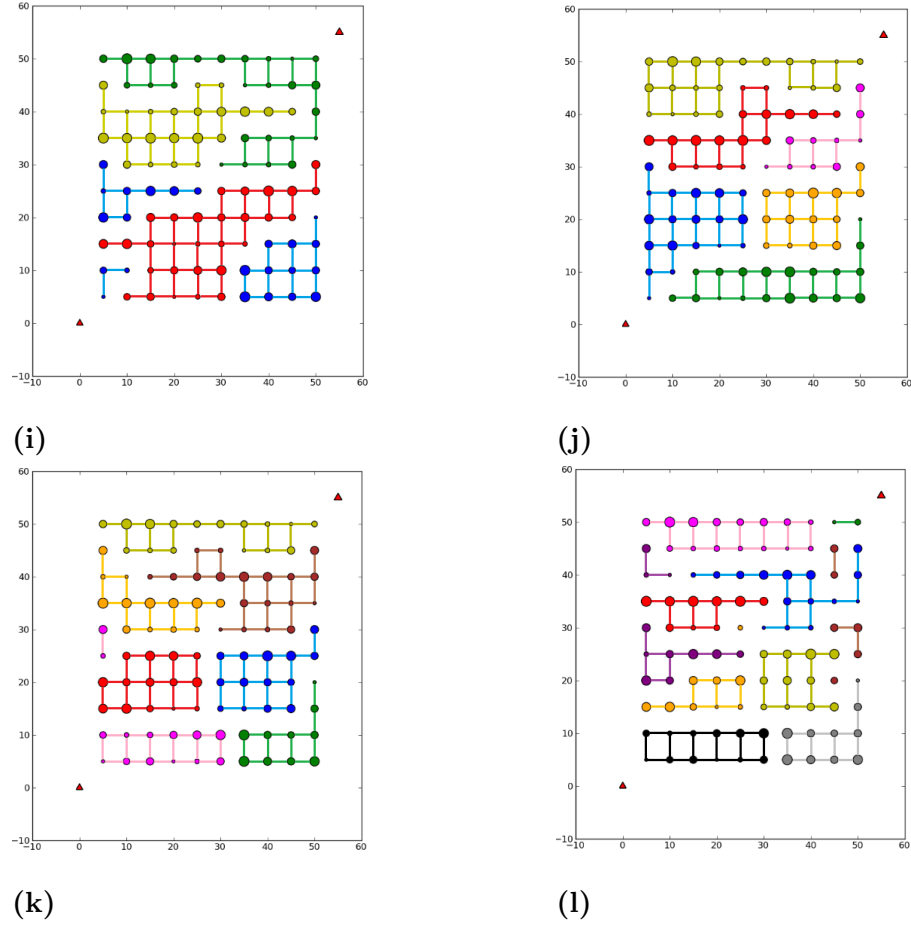


Figura 6.13: Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com repulsas entre os 4 pontos centrais

Tabela 6.2: Valores das medidas de qualidade com e sem “atrações reforçadas” na formação de 4, 6, 7 e 10 Sectores - 2 aterros, 4 repulsas centrais

ID	Nº Sectores	Sementes	CV_q	CV_d	\bar{c}
(i)	4	Não	0.608901	0.601817	0.858182
(j)	6	Não	0.551103	0.569402	1.000000
(k)	7	Não	0.431418	0.489417	0.963077
(l)	10	Não	0.555330	0.430101	0.888000
(m)	4	Sim	0.603276	0.601192	0.924105
(n)	6	Sim	0.469692	0.471925	0.928571
(o)	7	Sim	0.429261	0.438128	0.893277
(p)	10	Sim	0.451432	0.362009	0.920000

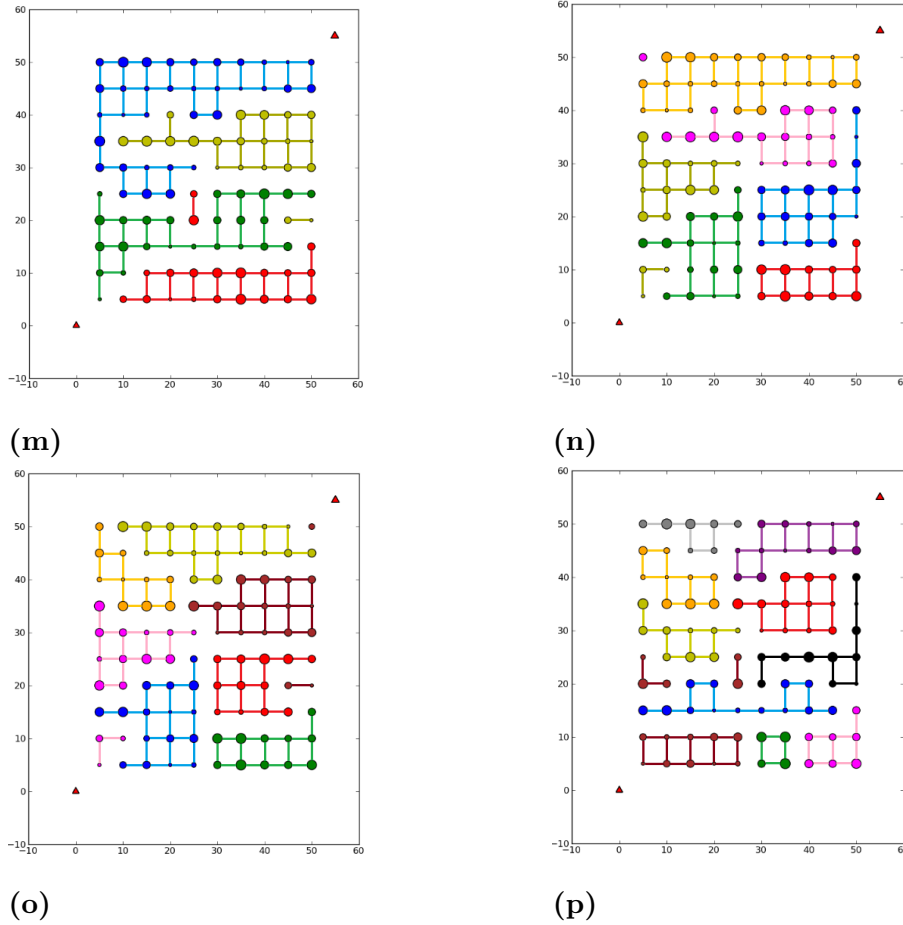


Figura 6.14: Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com repulsas entre os 4 pontos centrais e reforço das atracções externas

A Figura 6.15 apresenta o gráfico com os resultados obtidos ao nível das 3 dimensões consideradas na formação de 4, 6, 7 e 10 sectores, na situação em que existem repulsas entre os 4 pontos centrais. Foram consideradas duas situações referentes à existência ou não de atracções reforçadas em redor dos 4 pontos centrais.

Por observação da Figura 6.15 e tendo em atenção o exemplo apresentado, pode verificar-se que o reforço das atracções levou a uma melhoria do equilíbrio das cargas para qualquer número de sectores. O mesmo aconteceu com a compacidade. No entanto, essa melhoria nem sempre se fez sentir ao nível da contiguidade para diferentes números de sectores.

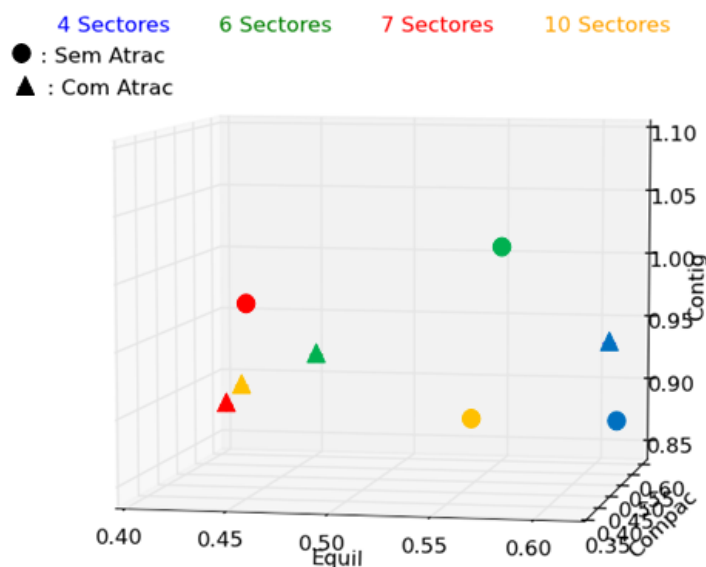


Figura 6.15: Valores obtidos para 4, 6, 7 e 10 sectores a diferentes cores - Diferentes símbolos indicam reforço ou não de atracções

Na mesma grelha de 100 pontos, foi ainda testada uma outra situação de atracção entre pontos. Suponha-se agora a situação retratada na Figura 6.16 em que existem vários grupos com diferentes número de pontos representados a diferentes cores e que, dentro de cada grupo, existe atracção entre os seus elementos. Dito de outra forma será desejável que os pontos, dentro de cada grupo, venham a pertencer ao mesmo sector. No entanto, é importante relembrar que não se trata de uma obrigatoriedade. Esta relação apenas aumenta a possibilidade de esses pontos serem incluídos no mesmo sector. No caso em que se verifica tal obrigatoriedade, os pontos em causa devem ser juntos, à partida, e substituídos pelo centróide resultante.

Os resultados obtidos na formação de 4, 6, 7 e 10 sectores são os que constam da Figura 6.17. O facto de um grupo estar rodeado a verde significa que houve sucesso, ou seja, após a sectorização os elementos do mesmo grupo permaneceram no mesmo sector tal como seria desejável.

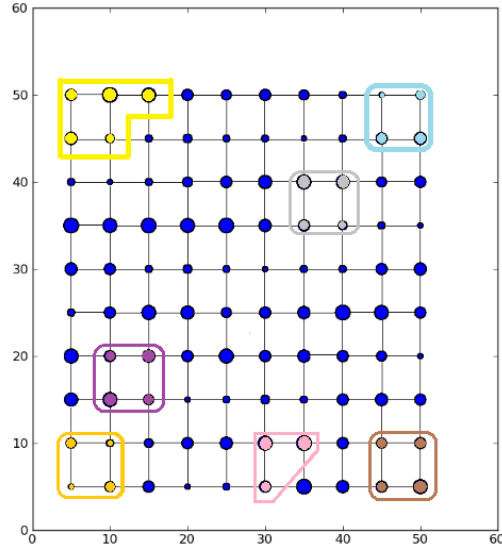


Figura 6.16: Sete grupos de pontos com afinidade positiva no interior

Contrariamente, os grupos rodeados a vermelho são grupos que possuem elementos de mais do que um sector.

Após obtenção dos sectores, para se avaliar em que medida houve “incumprimento” nos resultados, isto é, se os sectores obtidos respeitaram ou não as afinidades entre grupos previamente apresentadas, não basta simplesmente contar quantos elementos ficaram “fora do grupo”. Tome-se assim o seguinte exemplo: perante um conjunto grande de pontos, suponha-se que três desses pontos apresentam afinidade. Suponha-se ainda que se pretende obter com a globalidade dos pontos, dois sectores. No pior dos cenários, no final da sectorização, do conjunto dos três pontos haverá, no máximo, um ponto que fica fora o grupo (os outros dois farão parte do mesmo sector). No entanto, se forem três os sectores a construir e o grupo for constituído pelos mesmos três pontos, a pior situação ocorre quando cada um deles fica num sector diferente e, nesse caso, haverá no máximo dois pontos fora do grupo pré-estabelecido. Note-se que este valor está dependente não só do número de elementos do grupo

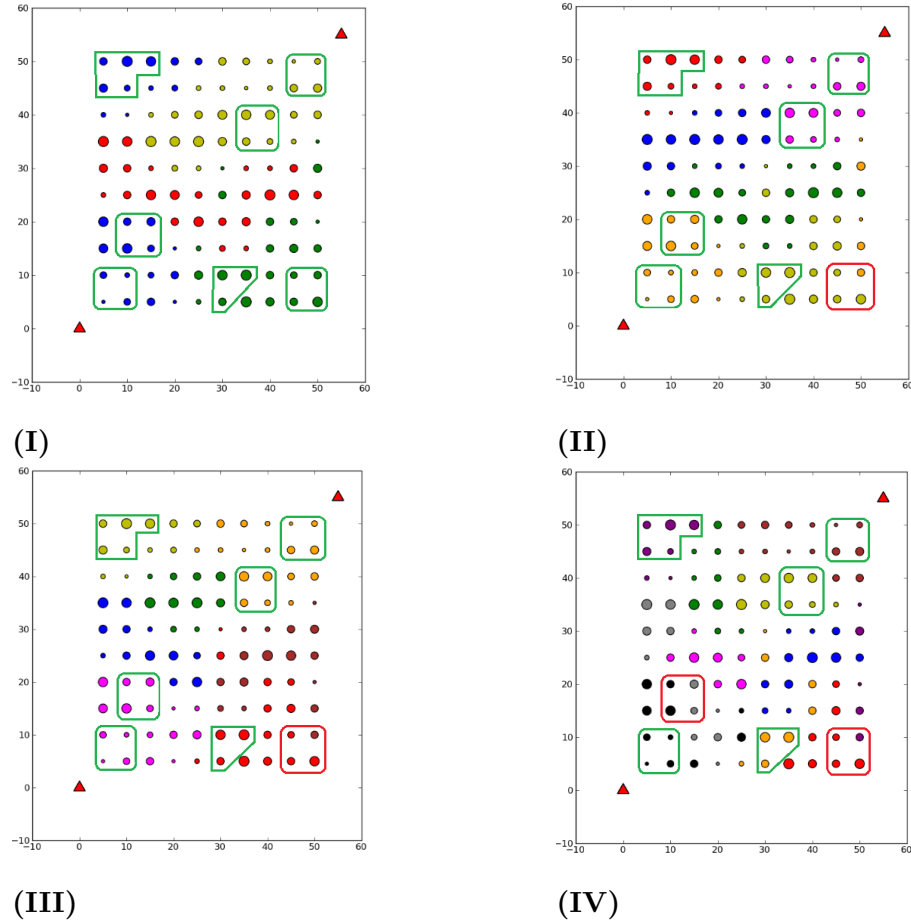


Figura 6.17: Constituição de: (a) 4; (b) 6; (c) 7 e (d) 10 sectores com identificação dos 7 grupos dentro dos sectores

mas também do número de sectores que se pretende obter. O “incumprimento” obtido foi assim medido de forma relativa reflectindo-se numa medida de “indesejabilidade” da maneira que se segue.

Seja F o número de grupos identificados com afinidades, $F_i = |V_i|$, $i = 1, \dots, F$ o número de pontos em cada grupo i e K o número de sectores que se pretende obter.

No pior dos cenários, ao formar os K sectores ficarão fora dos grupos (ou desenquadrados) um número de pontos que não poderá ultrapassar H , em que:

$$H = \sum_{i=1}^F (F_i - \min\{F_i - 1; \lceil \frac{F_i}{K} \rceil\}) \quad (6.1)$$

A medida relativa de indesejabilidade, Ind , será obtida pela comparação entre o número de pontos efectivamente fora dos grupos NE e H (6.1), ou seja, $Ind = \frac{NE}{H}$. Fica simples concluir que valores de Ind perto de 0 indicam que os sectores maioritariamente não separaram pontos que pertenciam ao mesmo grupo. Em contrapartida, valores de Ind perto de 1 indicam grandes separações entre os pontos dos grupos inicialmente apresentados.

Tabela 6.3: Valores das medidas de qualidade na formação de 4, 6, 7 e 10 Sectores e apresentação da percentagem de incumprimentos

ID	Nº Sectores	NE	Ind	CV_q	CV_d	\bar{c}
(I)	4	0	0	0.584164	0.618836	0.795273
(II)	6	1	0.0476	0.506727	0.493955	0.877090
(III)	7	1	0.0476	0.449375	0.455438	0.962667
(IV)	10	3	0.1429	0.414186	0.408798	0.772312

Pela análise da Tabela 6.3 verifica-se a totalidade ou a *quase totalidade*, da inserção dos grupos nos mesmos sectores após a aplicação da heurística apresentada.

Finalmente, pela observação geral dos resultados obtidos nos diferentes testes efectuados, concluiu-se que a abordagem usada revelou-se eficaz na resolução do PS apresentado. Por um lado, o cálculo das atracções entre cargas, estabelecido pela expressão (5.4), deu origem a sectores bastante mais equilibrados. Por outro, o uso de pontos fixos atractivos, que obrigam a um reposicionamento da carga obtida por junção, produziu uma mais valia. A junção dos dois procedimentos manifestou-se numa notória melhoria na qualidade das soluções obtidas, sentida ao nível do equilíbrio das cargas e da contiguidade dos sectores gerados e,

na maioria das vezes, também ao nível da compacidade da maneira que aqui foi considerada.

O facto de existirem, na realidade, entre cargas electricamente carregadas relações de atracção mas também de repulsa, abriu a porta para a exploração a um nível mais completo e alargado na formação de sectores. Foram apresentadas instâncias com diferentes relações de incompatibilidade/afinidade entre pontos. O método proposto resolveu todas as instâncias consideradas de maneira muito satisfatória e interessante.

6.3 Rotas

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos num computador Intel Core2 Duo 3,00 GHz com 8.00 Gb de RAM, com recurso ao CPLEX 12.5.1. São apresentados dois grupos de resultados. Do primeiro grupo fazem parte instâncias que foram adaptadas de instâncias existentes na literatura. Foram consideradas as instâncias *GDB* e *mval* às quais, por só apresentarem um aterro/garagem, foram “acrescentados” vértices correspondentes à garagem e aos aterros distintos.

Para testar o MCARP-*LML* foram efectuadas alterações a dois conjuntos de instâncias conhecidos. A Secção 6.3.1 descreve as instâncias construídas tendo por base as *GDB* da literatura (descritas em Belenguer e Benavent [2003]) e a Secção 6.3.2 revela as instâncias *mval* igualmente retiradas da literatura (Belenguer et al. [2006]).

As modificações efectuadas devem-se ao facto de, nas instâncias originais ser considerado apenas um ponto de deposição e esse ponto funcionar ao mesmo tempo como garagem. Nas instâncias agora apresentadas, foram considerados 2, 3 ou 4 aterros.

Nos casos onde foram considerados dois aterros foram adicionados três vértices a cada uma das instâncias originais. Assim, o vértice 1 corresponderá ao depósito, os vértices 2 e 3 representam dois aterros. Os vértices de cada uma das instâncias originais correspondem, pela mesma

ordem, aos vértices 4 e seguintes nas novas instâncias. A Figura 6.18 representa com o quadrado verde e os círculos azuis, respectivamente, a garagem e os 2 aterros das novas instâncias quando considerados dois aterros. O triângulo vermelho, representa o vértice 4 que, nas instâncias originais seria o vértice 1 (garagem e aterro simultaneamente).

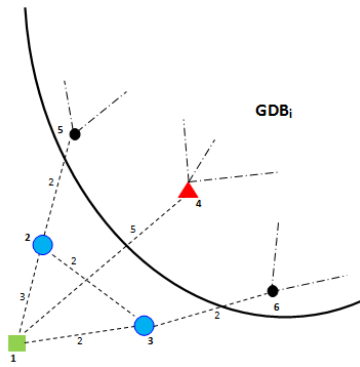


Figura 6.18: Adição de três vértices nas novas instâncias com 2 aterros

Nos casos em que foram considerados três ou quatro pontos de deposição, e seguindo a mesma representação que a usada anteriormente, foram acrescentados 4 ou 5 vértices, respectivamente, de acordo com o que se apresenta na Figura 6.19

As informações que constam das colunas das tabelas (6.4)-(6.7) dos dois grupos referem-se a:

- ID : identificação da instância;
- T : número de viagens;
- $\# V$: número de vértices (depósito + aterros + vértices comuns);
- $\# B$: número de aterros;
- $\# E_R$: número de arestas requeridas;

após as modificações já indicadas relacionadas com aterros múltiplos (valor de $\# B$) considerando as instâncias GDB_i descritas em Belenguer e Benavent [2003].

Tabela 6.4: Resultados das instâncias GDB_i_LML e $GDB_{15_LML_i}$

ID	T	$\# V$	$\# R$	$\# \bar{R}$	Q	$\# B$	Max	Gap(%)	Tempo (seg)	FO
GDB_1_LML	6	15	22	6	5	2	[3,3]	0	70.71.98	310*
GDB_2_LML	7	15	26	6	5	2	[4,4]	0	258.37	347*
GDB_3_LML	6	15	22	6	5	2	[3,3]	0	7.96	286*
GDB_4_LML	5	14	19	6	5	2	[3,3]	0	17.25	293*
GDB_5_LML	7	16	26	6	5	2	[3,3]	0	133.41	376*
GDB_6_LML	6	15	22	6	5	2	[3,3]	0	680.23	317*
GDB_7_LML	6	15	22	6	5	2	[3,3]	0	65.55	329*
GDB_8_LML	11	30	46	6	27	2	[5,5]	10.91	3h	364
GDB_9_LML	11	30	51	6	27	2	[5,5]	11.14	3h	353
GDB_{10_LML}	5	15	25	6	10	2	[2,2]	0	3.93	296*
GDB_{11_LML}	6	25	45	6	50	2	[3,3]	0.24	3h	414
GDB_{12_LML}	8	16	23	6	35	2	[4,4]	7.25	3h	472
GDB_{13_LML}	7	13	28	6	41	2	[4,4]	0.36	3h	553
GDB_{14_LML}	6	10	21	6	21	2	[3,3]	0	22.95	123*
GDB_{15_LML}	5	10	21	6	37	2	[2,2]	0	2.53	78*
GDB_{16_LML}	6	11	28	6	24	2	[3,3]	0	0.42	149*
GDB_{17_LML}	6	11	28	6	41	2	[3,3]	0	2.06	115*
GDB_{18_LML}	6	12	36	6	37	2	[3,3]	0	26.02	187*
GDB_{19_LML}	4	11	11	6	27	2	[2,2]	0	0.12	77*
GDB_{20_LML}	5	14	22	6	27	2	[2,2]	0	8.19	150*
GDB_{21_LML}	7	14	33	6	27	2	[3,3]	0	71.54	184*
GDB_{22_LML}	9	14	44	6	27	2	[5,5]	0	228.40	232*
GDB_{23_LML}	11	14	55	6	27	2	[6,6]	3.25	3h	277

As instâncias $GDB_{15_LML_i}$ provêm de alterações efectuadas à instância GDB_{15} , para 2, 3 ou 4 aterros.

Tabela 6.5: Resultados das instâncias $GDB_{15_LML_i}$

ID	T	$\# V$	$\# R$	$\# \bar{R}$	Q	$\# B$	Max	Gap(%)	Tempo (seg)	FO
GDB_{15_LML1}	5	10	21	6	37	2	[1,4]	0	0.14	78*
GDB_{15_LML2}	5	11	21	9+6	37	3	[2,2,2]	0	0.34	77*
GDB_{15_LML3}	5	12	21	13+4	37	4	[1,1,1,2]	0	0.72	71*

6.3.2 Instâncias $mval - LML$

Nas 34 instâncias que constam da Tabela 6.6, $mvalXY_LML$, $X = 1, 2, \dots, 10$ e $Y = A, B, C$ (em alguns casos D) foram usados 2 pontos de deposição com igual número máximo de descargas correspondendo esse número, em cada instância, ao respectivo valor de $T - 1$, ou seja,

$$Max = [Maxl_i]_{i=1,2} = [T - 1, T - 1].$$

Tabela 6.6: Características e resultados de 34 instâncias *mvalXY_LML*

<i>ID</i>	<i>T</i>	$\# V$	$\# E_R$	$\# A_R$	<i>Q</i>	Gap(%)	Tempo (seg)	<i>FO</i>
<i>mval1A_LML</i>	3	27	20	35	200	0	0.25	239*
<i>mval1B_LML</i>	4	27	13	38	120	0	0.44	274*
<i>mval1C_LML</i>	9	27	17	36	45	10.52	3h	379
<i>mval2A_LML</i>	3	27	16	28	180	0	0.08	332*
<i>mval2B_LML</i>	4	27	12	40	120	0	1.37	395*
<i>mval2C_LML</i>	9	27	14	35	40	8.60	3h	508
<i>mval3A_LML</i>	3	27	15	33	80	0	0.09	128*
<i>mval3B_LML</i>	4	27	16	29	50	0	0.47	158*
<i>mval3C_LML</i>	8	27	18	25	20	4.99	3h	188
<i>mval4A_LML</i>	4	44	26	69	225	0	1.64	597*
<i>mval4B_LML</i>	5	44	19	83	170	0	41.86	665*
<i>mval4C_LML</i>	6	44	21	82	130	0	23.74	645*
<i>mval4D_LML</i>	10	44	21	83	75	6.32	3h	748
<i>mval5A_LML</i>	4	37	22	74	220	0	4.88	625*
<i>mval5B_LML</i>	5	37	35	56	165	0	34.35	613*
<i>mval5C_LML</i>	6	37	17	81	130	0	3.96	685*
<i>mval5D_LML</i>	10	37	29	63	75	4.38	3h	666
<i>mval6A_LML</i>	4	34	22	47	170	0	1.44	342*
<i>mval6B_LML</i>	5	34	22	44	120	0	11.87	337*
<i>mval6C_LML</i>	11	34	23	45	50	9.21	3h	421
<i>mval7A_LML</i>	4	43	36	50	200	0	1.45	384*
<i>mval7B_LML</i>	5	43	25	66	150	0	3.71	432*
<i>mval7C_LML</i>	10	43	28	62	65	6.51	3h	466
<i>mval8A_LML</i>	4	33	20	76	200	0	1.12	595*
<i>mval8B_LML</i>	5	33	27	64	150	0	10.98	545*
<i>mval8C_LML</i>	10	33	28	55	65	9.02	3h	709
<i>mval9A_LML</i>	4	53	32	100	235	0	10.30	476*
<i>mval9B_LML</i>	5	53	44	76	175	0	5778.82	488*
<i>mval9C_LML</i>	6	53	42	83	140	2.05	3h	463
<i>mval9D_LML</i>	11	53	38	93	70	11.81	3h	654
<i>mval10A_LML</i>	4	53	32	106	250	0	2.07	646*
<i>mval10B_LML</i>	5	53	33	101	190	0	19.59	667*
<i>mval10C_LML</i>	6	53	36	100	150	0	64.05	642*
<i>mval10D_LML</i>	11	53	42	87	75	13.09	3h	739

Com base nas instâncias *mval1Y_LML* foi construído um outro grupo designado por *mval1Y_LML_i*, com $Y = A, B, C$ e $i = 1, 2$, e que consistiu na alteração do número de pontos de deposição e/ou no número máximo de descargas permitido em cada um desses pontos.

Por observação dos resultados obtidos, pode concluir-se que, das vinte e seis instâncias *GDB_LML* geradas, para diferentes números de viagens, de aterros com diferentes capacidades, foram encontradas vinte soluções óptimas. No que diz respeito às instâncias *mval_LML*, de maior dimensão e com um maior número de arcos nas ligações, foram

Tabela 6.7: Características e resultados *mvalXY_LML* alteradas

<i>ID</i>	# <i>V</i>	# <i>E_R</i>	# <i>A_R</i>	<i>Q</i>	# <i>B</i>	<i>Max</i>	Gap(%)	Tempo (seg)	<i>FO</i>
<i>mval1A_LML</i>	27	20	35	200	2	[2,2]	0	0.25	239*
<i>mval1A_LML₁</i>	27	20	35	200	2	[1,1]	0	0.25	239*
<i>mval1A_LML₂</i>	28	20	35	200	3	[2,2,2]	0	0.22	237*
<i>mval1B_LML</i>	27	13	38	120	2	[3,3]	0	0.44	274*
<i>mval1B_LML₁</i>	28	13	38	120	3	[2,1,2]	0	0.45	272*
<i>mval1B_LML₂</i>	28	13	38	120	3	[1,1,3]	0	0.20	273*
<i>mval1C_LML</i>	27	17	36	45	2	[8,8]	10.52	3h	379
<i>mval1C_LML₁</i>	28	17	36	45	3	[4,3,3]	11.88	3h	348
<i>mval1C_LML₂</i>	29	17	36	45	4	[3,3,3,3]	12.20	3h	367

geradas 40 instâncias com diferentes números de viagens e de aterros de diferentes capacidades. Relativamente aos resultados neste conjunto de instâncias, foram obtidas vinte e sete soluções óptimas. Embora o tempo limite permitido para correr cada instância fosse dois dias, verificou-se que, na maior parte dos casos, a solução ou era obtida logo nas primeiras horas ou as melhorias iam sendo muito lentas no decorrer do tempo. De uma maneira geral, pode concluir-se que os resultados obtidos foram bastante satisfatórios.

6.4 Sectores e Rotas no caso de estudo

6.4.1 Apresentação de pontos e ligações

A presente secção é dedicada exclusivamente ao caso de estudo da recolha de RSU no concelho de Monção, Figura 6.20.

Na Figura 6.21 estão representados, através de diferentes círculos, as quantidades de RSU produzidas nas diferentes freguesias, os dois pontos de deposição (quadrados vermelhos) e a garagem (quadrado verde).

Como já foi referido, nem todas as freguesias que em linha recta estão próximas, estão “efectivamente” próximas. A Figura 6.22 reflecte, unicamente, a existência ou não de ligação directa entre as freguesias. Dito de outra maneira, existe uma ligação (aresta) entre freguesias se for possível passar directamente de uma para outra sem ter que passar por uma terceira freguesia. Os custos associados a estas arestas são

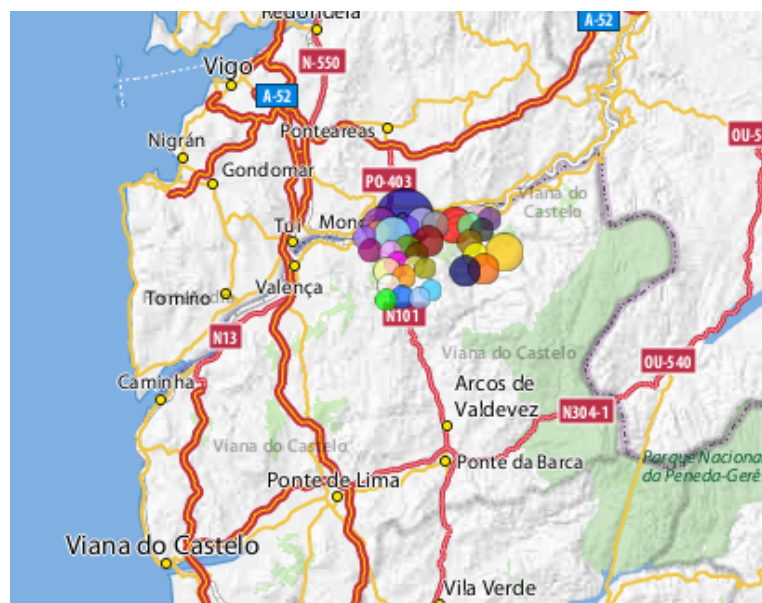


Figura 6.20: Diferentes círculos representam diferentes quantidades de RSU produzidas por freguesia

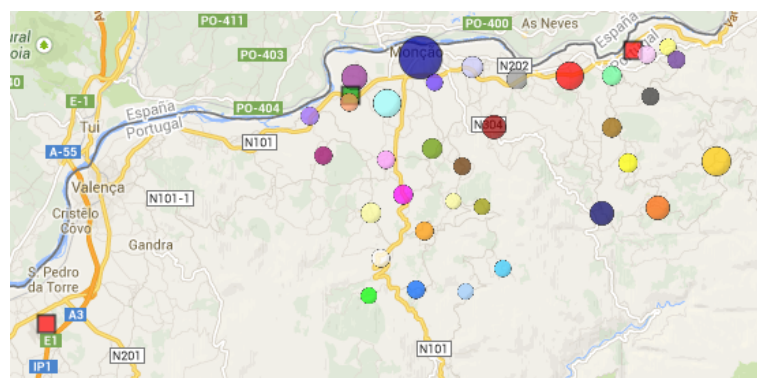


Figura 6.21: Quantidade de RSU por freguesia, os 2 pontos de deposição e a garagem

expressos pelo tempo despendido pelo veículo colector.

Pelas razões referidas no Capítulo 5, Monção Urbano foi dividido em três partes. Após tal divisão resultou uma distribuição de RSU produzidos de acordo com o que se apresenta na Figura 6.23. Foi ainda considerada separadamente uma parte mais externa à freguesia de Mon-

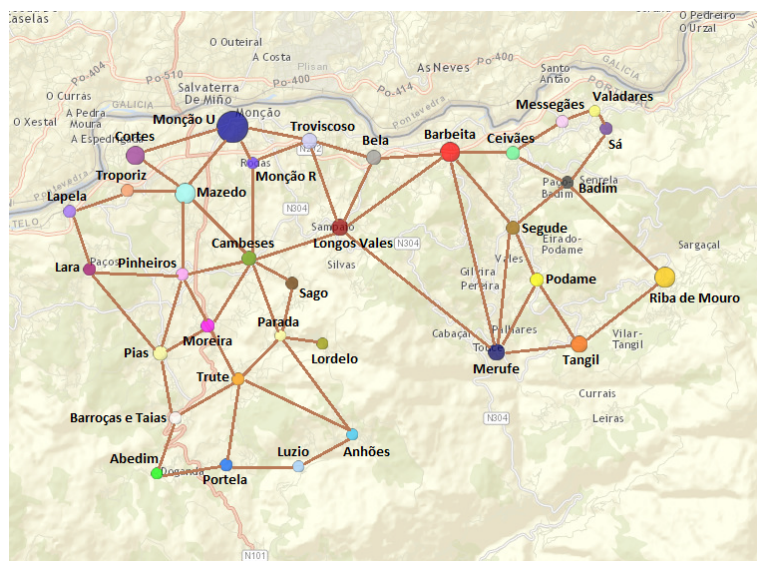


Figura 6.22: Ligações directas entre as diferentes freguesias de Monção

ção a que se deu o nome de Monção Rural.

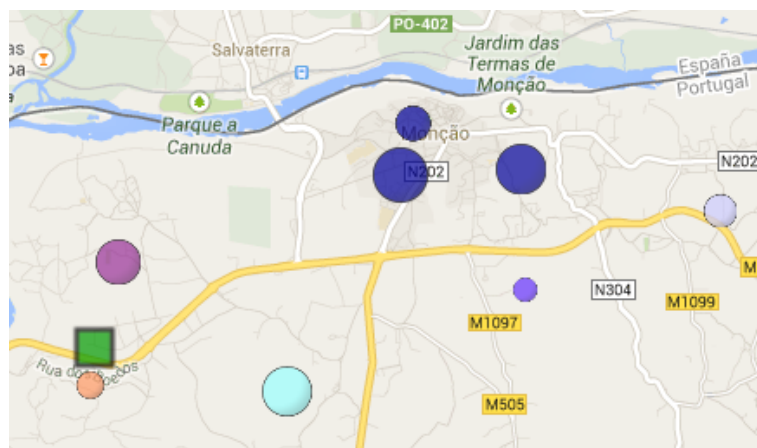


Figura 6.23: Divisão da vila de Monção em três grupos (a azul escuro)

6.4.1.1 Dados preliminares

Como referido no caso de estudo apresentado, há diferentes tipos de contentores que são tidos em consideração quer na formação dos sectores,

quer no desenho das rotas. No que diz respeito a este último ponto, para além da capacidade do contentor é tido igualmente em atenção o tempo estimado da recolha do contentor, Tabela 6.8. A maioria dos contentores são os de 800 litros em polietileno com asa Oschner. Existem alguns contentores de 1100 litros mas, por serem raros, foram incluídos no grupo dos contentores de 800 litros.

Tabela 6.8: Capacidade e Tempos de recolha dos diferentes contentores

<i>Tipo de contentor</i>	<i>Capac.(m³)</i>	<i>Estimativa Tempo Recolha(seg)</i>
Balde	0.12	30
Polietileno (Oschner e/ou Din)	0.8	60
Caixote	0.08	20
<i>Enterrado/Semi – Enterrado</i>	3	240
<i>Enterrado/Semi – Enterrado</i>	5	300
Saco (10)	0.05	5

Considerou-se ainda que os contentores se encontram, em média, a 75% da sua capacidade máxima. Relativamente à velocidade dos veículos colectores considerou-se 30km/h como sendo a velocidade média.

6.4.2 Calendário semanal

As periodicidades de recolha ao longo do ano, como já foi referido no Capítulo 3, não é constante. No entanto na maior parte do tempo essa recolha é bissemanal para a maioria das freguesias e diária apenas para as freguesias de Monção (Urbano), Mazedo e Cortes. Apresentado desta maneira, resulta simples considerar o calendário semanal dividido em duas partes: Segunda, Terça e Quarta por um lado e, por outro Quinta, Sexta e Sábado. Tal divisão simplifica a planificação por a segunda parte ser uma cópia exacta da primeira. Ou seja, se por exemplo, os resíduos em Valadares forem recolhidos à Terça, voltarão a ser recolhidos à Sexta. Em cada um dos dias, são criados, inicialmente, dois “giros” (entende-se por um “giro” a saída do veículo da garagem até ao seu regresso). No Domingo apenas serão feitas as recolhas às freguesias

que apresentam necessidade de recolha diária. A Tabela 6.16 apresenta genericamente o calendário de recolha de uma semana em situação de recolhas bissemanais. G_i , $i = 1, \dots, 6$, representa os diferentes giros e G^* representa um giro especial, que deverá ser efectuado ao Domingo, formado apenas pelas freguesias que apresentam necessidades de recolha diária.

Tabela 6.9: Calendário semanal genérico considerando a recolha bissemanal na maioria das freguesias

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
G_1	G_3	G_5	G_1	G_3	G_5	G^*
G_2	G_4	G_6	G_2	G_4	G_6	-

Sendo a recolha obrigatória em Monção Urbano e nas freguesias de Cortes e Mazedo, tal significa que cada uma destas deverá fazer parte não só de G^* como também de: G_1 ou G_2 , de G_3 ou G_4 e, finalmente, de G_5 ou G_6 . Desta forma fica garantido que as recolhas serão diárias nessas zonas.

Pela aplicação do método de construção de sectores, inspirado na Lei de forças electromagnéticas de Coulomb, resultou a divisão que se verifica na Figura 6.24. Monção Urbano, como indicado no Capítulo 5, foi dividido em 3 partes. No entanto, após a criação dos sectores, as 3 partes aparecem, invariavelmente juntas. De notar que as únicas relações de atracção/repulsa entre freguesias consideradas nesta primeira fase referem-se às repulsas existentes entre as freguesias e elas próprias quando apresentam cópias. Dito de outra maneira, freguesias como a de Cortes, que tem recolha diária, apresenta 3 cópias. Essas cópias vão repulsar-se mutuamente de maneira a não ficarem incluídas no mesmo sector. A inclusão no mesmo sector implica que a recolha seja inserida no mesmo giro, ou seja, Cortes poderia ser recolhida 2 ou 3 vezes no mesmo dia. Tal situação não é desejável.

Para uma melhor visualização, dado que na Figura 6.24 existem cír-

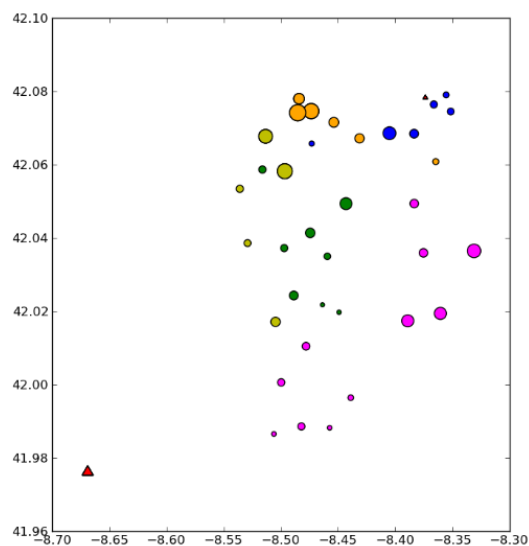


Figura 6.24: Resultado obtido para 6 Sectores sem conhecimento adicional do território

culos sobrepostos, os 6 sectores que corresponderão aos RSU a recolher nos diferentes giros considerados são apresentados isoladamente, como na Figura 6.25.

A Tabela 6.10 identifica as principais características dos 6 sectores definidos na Figura 6.25.

ID	Freguesias	Quantidade (m^3)
S_1	Monção Urbano, Cortes, Mazedo	46.93
S_2	Mazedo, Troporiz, Cortes, Longos Vales, Lordelo, Parada, Sago, Cambeses, Moreira, Pinheiros	42.07
S_3	Cortes, Mazedo, Pias, Lapela, Lara	27.8
S_4	Monção Urbano, Barbeita, Ceivães, Messegães, Sá, Valadares	46.47
S_5	Anhães, Luzio, Trute, Portela, Abedim, Barroças e Taias, Merufe, Podame, Segude, Riba de Mouro e Tangil	40.13
Continua.....		

Tabela 6.10 –		
Continuação		
ID	Freguesias	Quantidade (m^3)
S_6	Badim, Bela, Troviscoso, Monção Urbano	38.09

Tabela 6.10: Identificação dos diferentes sectores - freguesias e quantidades de resíduo a recolher

Ao nível das 3 medidas de qualidade para sectores, os resultados obtidos constam da Tabela 6.11

Tabela 6.11: Medidas de qualidade dos sectores obtidos

Equilíbrio	Compacidade	Contiguidade
0.1744	0.2712	0.6667

Se se fizer corresponder os diferentes sectores aos diferentes giros semanais, um dos resultados possíveis seria o representado na Tabela 6.12. Esta distribuição não é única. Para além de ser possível trocar os sectores dentro do mesmo dia, por exemplo, trocar S_1 com S_5 , também seria possível a troca dos sectores S_2 e S_3 .

Tabela 6.12: Distribuição dos diferentes sectores ao longo do plano semanal

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
S_1	S_4	S_6	S_1	S_4	S_6	S_1
S_5	S_2	S_3	S_5	S_2	S_3	-

Para os diferentes sectores obtidos foram encontrados os tempos de recolha correspondentes. Foi usado, como anteriormente, o solver CPLEX 12.5 (IBM [2012]). A Tabela 6.13 apresenta os resultados encontrados quando usado 1 único veículo com grua e uma capacidade de $16m^3$. Foi ainda considerado o tempo estimado para descarga de 20 minutos para este tipo de veículo.

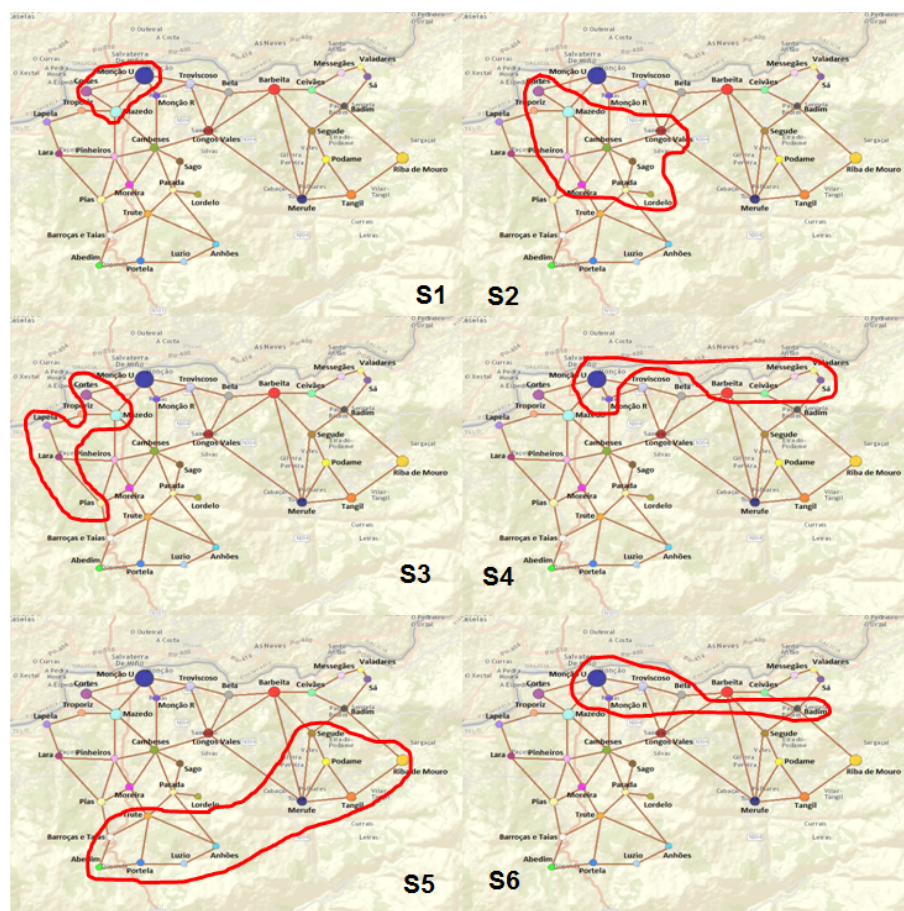


Figura 6.25: Desenho dos seis sectores sem informação adicional sobre as freguesias

Tabela 6.13: Caracterização das rotas para 1 veículo dentro dos diferentes sectores

ID	$\# T$	$\# V$	$\# R$	$\# \bar{R}$	$Gap(\%)$	$TempoComp.(seg)$	$FO(seg)$
S_1	4	182	144	121	0	574.96	36111.448
S_2	4	200	165	124	0	3188.80	43619.712
S_3	3	136	110	82	0	31.98	27867.984
S_4	4	189	151	143	0	2613.45	46561.504
S_5	4	206	161	160	0.18	3h	50937.096
S_6	4	157	114	126	0	4342.63	39376.232

Por análise dos tempos necessários para percorrer os diferentes giros verifica-se que, com excepção do Sector 3 que apresenta uma duração inferior a 8 horas, todos os outros apresentam tempos de recolha que são

impossíveis de cumprir por serem demasiado extensos (duração superior a 8 horas = 28800 segundos).

Também se verificou que os tempos se apresentam bastante desequilibrados.

À situação anterior foi acrescentado um veículo, mais pequeno e sem grua, de $7m^3$ que foi apresentado no Capítulo 3. A introdução do veículo de apoio fez diminuir em 1 unidade o número de viagens efectuadas pelo veículo principal, o de maiores dimensões. De notar que, uma parte significativa do tempo de recolha é referente a viagens de ida ou de regresso aos pontos de deposição, em especial, ao aterro de Valença. Por vezes, ao substituir o veículo maior por um mais pequeno, as idas ao aterro tornam-se mais frequentes levando ao aumento global do tempo das rotas. Os dados obtidos para o caso de 2 veículos são os que constam da Tabela 6.14. $\#T_1$ e $\#T_2$ representam, respectivamente, o número de viagens dos veículos de maiores e de menores dimensões.

Tabela 6.14: Caracterização das rotas para 2 veículos dentro dos diferentes sectores

<i>ID</i>	$\#T_1, \#T_2$	$\#V$	$\#R$	$\# \bar{R}$	<i>Gap</i> (%)	<i>TempoComp.</i> (seg)	<i>FO</i> (segundos)
S_1	3, 4	182	144	121	0.02	3h	41239.528
S_2	3, 3	200	165	124	0	4783.18	46711.704
S_3	—	136	110	82	—	—	—
S_4	3, 4	189	151	143	2.10	3h	55155.304
S_5	3, 3	206	161	160	4.78	3h	58012.248
S_6	3, 2	157	114	126	0.06	3h	39211.328

Pela falta de equilíbrio entre os tempos verificados para os diferentes giros, foi proposta nova sectorização. Desta vez foi considerada informação adicional para construção da matriz de sinal. Freguesias aparentemente próximas, quando considerada a “visão aérea”, mas que por caminho viário estão afastadas, passam a ter alguma repulsa entre elas. Por exemplo, as freguesias de Anhões e Merufe, que fazem parte do anterior Sector 5, efectivamente estão bem afastadas uma da outra. Por outro lado, há que manter boas opções como, por exemplo, juntar Cortes e Mazedo que, por estarem tão próximas as suas atracções serão

reforçadas. Perante a matriz com todas as distâncias entre freguesias, estabeleceu-se assim um critério: atracções entre freguesias próximas ou muito próxima (até 5 ou até 2km) terão as suas atracções reforçadas ou muito reforçadas. Tal corresponde a um elemento da Matriz de Sinal de 0.5 ou 1, respectivamente. Por outro lado, freguesias distantes serão penalizadas tendo valor -0.5 na matriz de sinal.

A Figura 6.26 apresenta o resultado obtido para a sectorização no novo cenário considerado.

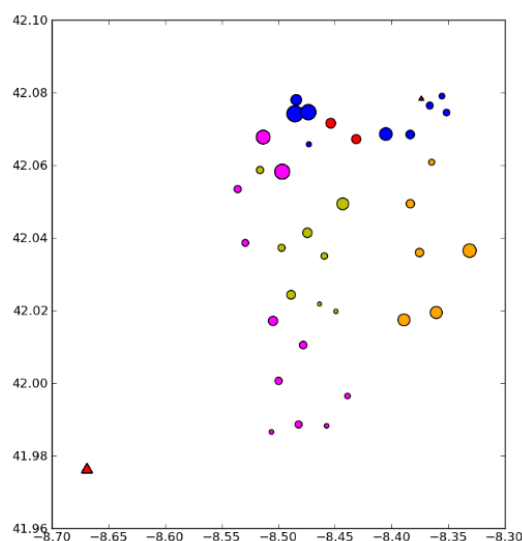


Figura 6.26: Resultado obtido para 6 Sectores com conhecimento adicional do território

A Tabela 6.15 identifica as principais características dos 6 sectores definidos na Figura 6.27.

ID	Freguesias	Quantidade (m^3)
S_1	Bela, Troviscoso e Monção Urbano	36.39
S_2	Monção Urbano, Corte, Mazedo	46.93
Continua.....		

Tabela 6.15 –		
Continuação		
ID	Freguesias	Quantidade (m^3)
S_3	Mazedo, Cortes, Troporiz, Longos Vales, Lordelo, Parada, Sago, Cambeses, Moreira e Pinheiros	42.07
S_4	Monção Urbano, Monção Rural, Barbeita, Ceivães, Messegães, Sá e Valadares	46.47
S_5	Anhões, Luzio, Trute, Portela, Abedim, Barroças e Taias, Cortes, Mazedo, Pias, Lapela e Lara	37.56
S_6	Badim, Merufe, Podame, Segude, Riba de Mouro e Tangil	32.07

Tabela 6.15: Identificação dos diferentes novos sectores - freguesias e quantidades de resíduo a recolher

Ao nível das três medidas de qualidade para os novos sectores, os resultados obtidos foram os apresentados na Tabela 6.16.

Tabela 6.16: Medidas de qualidade dos novos sectores obtidos

Equilíbrio	Compacidade	Contiguidade
0.1558	0.3224	0.8130

Se se fizer corresponder os diferentes sectores aos diferentes giros semanais, os resultados possíveis seriam os representados na Tabela 6.17.

Tabela 6.17: Distribuição dos novos sectores ao longo do plano semanal

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
S_1	S_2	S_4	S_1	S_2	S_4	S_2
S_3	S_6	S_5	S_3	S_6	S_5	-

Foi aplicada a heurística de melhoramento, que consiste em trocas

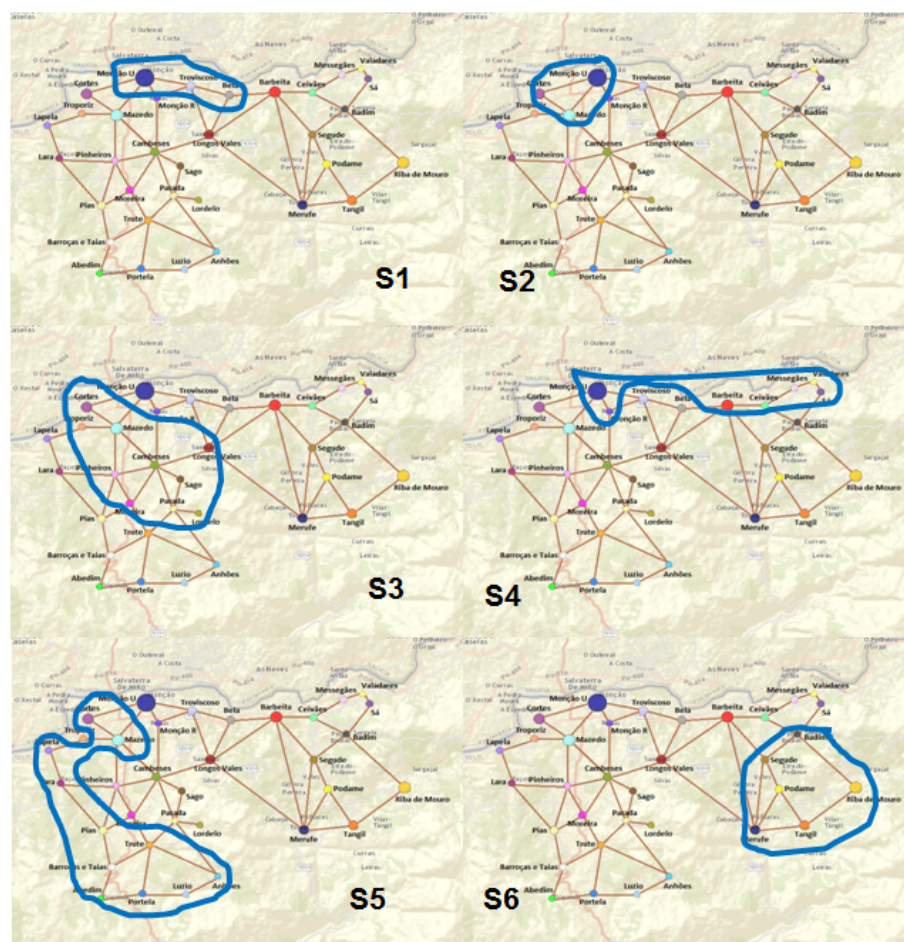


Figura 6.27: Desenho de seis sectores quando considerada informação adicional sobre a região

admissíveis entre freguesias de diferentes sectores que apresentam ligações mais fracas dentro do respectivo sector. As freguesias sugeridas para troca foram Bela, Anhões e Badim. No entanto, a troca entre estas freguesias revelaram pior desempenho a vários níveis.

Embora, em termos médios, os tempos despendidos pelo veículo colectivo não seja muito diferente nos dois cenários considerados, houve uma nítida diminuição em termos da variabilidade desses tempos em torno do respectivo valor médio. Usando, pelas razões já referidas, o coeficiente de variação passando este valor de 0.2010 no primeiro cenário

Tabela 6.18: Caracterização das novas rotas para 1 veículo dentro dos diferentes sectores

ID	$\#T$	$\#V$	$\#R$	$\# \bar{R}$	$Gap(\%)$	$TempoComp.(seg)$	FO
S_1	4	149	106	114	0	1341.25	37401.512
S_2	3, 4	182	144	121	0.02	3h	41239.528
S_3	3, 3	200	165	124	0	4783.18	46711.704
S_4	3, 4	189	151	143	2.10	3h	55155.304
S_5	4	207	162	166	2.36	3h	43130.880
S_6	3	143	117	89	0	379.10	38296.704

considerado para 0.1018.

Se em vez de um veículo forem considerados 2 veículos, os resultados são os apresentados na Tabela 6.19.

Tabela 6.19: Caracterização das novas rotas para 2 veículos dentro dos diferentes sectores

ID	$\#T_1, \#T_2$	$\#V$	$\#R$	$\# \bar{R}$	$Gap(\%)$	$TempoComp.(seg)$	FO
S_1	3, 2	149	106	114	0	1341.25	37401.512
S_1	3, 4	182	144	121	0.02	3h	41239.528
S_2	3, 3	200	165	124	0	4783.18	46711.704
S_4	3, 4	189	151	143	2.10	3h	55155.304
S_5	3, 3	207	162	166	3.89	3h	46593.648
S_6	2, 4	143	117	89	0.44	3h	51345.504

Ainda de notar que as quantidades recolhidas são baseadas em estimativas. Demasiado rigor e exactidão na definição das rotas tendo por base valores não exactos pode revelar-se num custo despropositado reflectido na rota obtida. Por exemplo, se no último caso apresentado na Tabela 6.19 fosse permitido a cada um dos dois veículos transportar uma carga adicional de não mais de 5% da sua capacidade, isto é, o veículo maior com capacidade de $16,8m^3$ e o mais pequeno de $7,35m^3$, a solução óptima assim encontrada reduziria em cerca de 17,61%, por permitir menos uma ida a aterro por parte do veículo de menor dimensão.

6.4.3 Um apontamento sobre Algoritmos Meméticos

No que diz respeito aos percursos, as instâncias referentes ao caso de estudo aqui considerado, por não serem de dimensão extraordinariamente grande, foram tratadas sem recurso à junção prévia de pequenos

aglomerados, como se sugere no Capítulo 5. No entanto, o recurso a Algoritmos Meméticos (AMs) no tratamento de rotas não capacitadas pode ser uma alternativa interessante em instâncias de maior dimensão. Tomem-se, como exemplos as freguesias de Abedim e de Messegães.

Veja-se, em primeiro lugar, a freguesia de Abedim retratada na Figura 6.28. A existência de contentores identificados pelos pequenos quadrados verdes diferencia as arestas obrigatórias das facultativas.

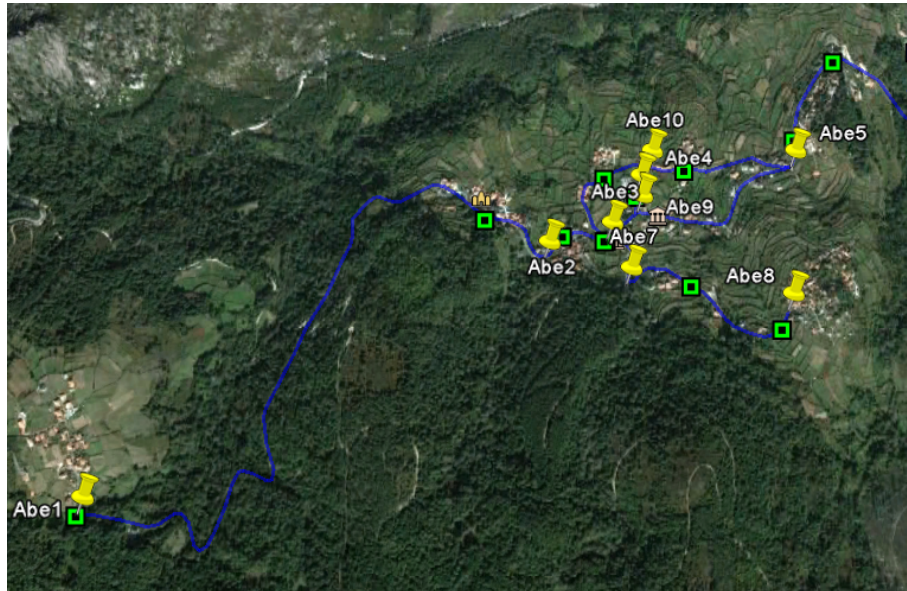


Figura 6.28: Freguesia de Abedim

Se aplicado ao grafo obtido, o AM apresentado em Rodrigues e Ferreira [2012] o resultado é que o consta da Figura 6.29 ao qual corresponde uma solução de 694.8 segundos. No percurso obtido, a cor magenta indica a necessidade de passagem duas vezes pela mesma aresta enquanto a cor azul representa passagem única.

De salientar que o AM desenvolvido apenas resolve o caso não direcionado que, efectivamente, é o que descreve as pequenas freguesias do concelho. Há ainda uma outra limitação. No RPP, a cada aresta obrigatória está associado apenas um custo de passagem, e não dois, como

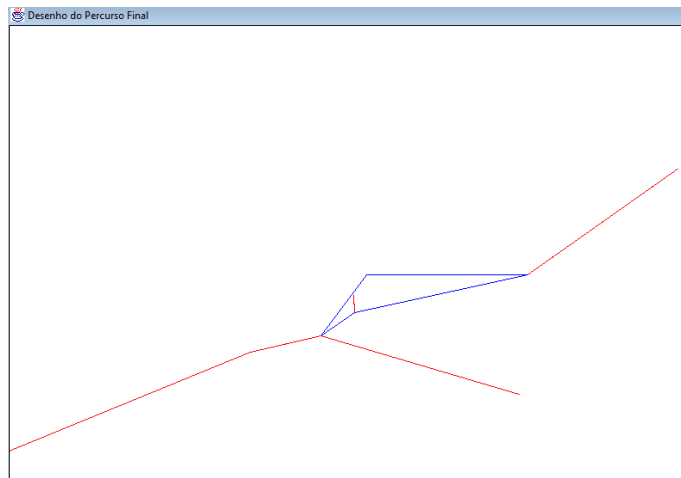


Figura 6.29: Solução do AM para Abedim

acontece num CARP conforme há ou não serviço nessa aresta. Para lidar com este obstáculo considerou-se que o custo associado à aresta como o custo de *deadheading*, ou seja, o tempo de passagem (pela aresta) sem recolha.

Veja-se o grafo ponderado representado na Figura 6.30(a). A solução já apresentada correspondente aos 694.8 segundos está agora de maneira simplificada retratada na Figura 6.30(b). Sendo esta a solução de um RPP, este tempo diz unicamente respeito à passagem do veículo sem efectuar recolha na freguesia de Abedim. Como há conhecimento sobre a quantidade de contentores e a tipologia desses mesmos contentores, com base nas estimativas fornecidas e já apresentadas, é possível estimar o tempo que o veículo despende somente na recolha de contentores. No caso de Abedim, a maioria dos contentores é de 800 litros e estima-se que o tempo necessário para a recolha total seja de 660 segundos.

Em suma, substituindo a freguesia de Abedim por uma única aresta de passagem obrigatória, ela terá um custo associado de cerca de 22.58 minutos ($694.8 + 660$ segundos) e uma procura correspondente a uma dúzia de contentores existente na freguesia (contentores de 800 e de 120

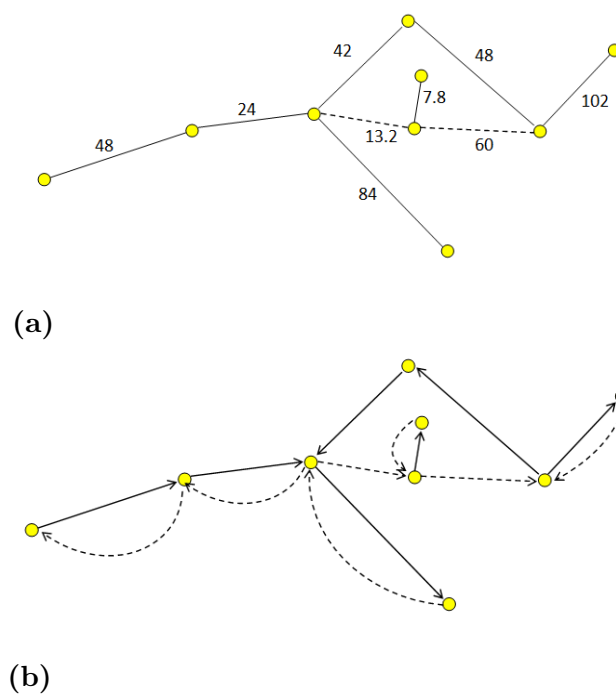


Figura 6.30: Grafo representativo da freguesia de Abedim (a) Custos associados à passagem (b) Circuito de Abedim

litros).

Tome-se agora, em formato semelhante, o exemplo da freguesia de Messegães, Figura 6.31.

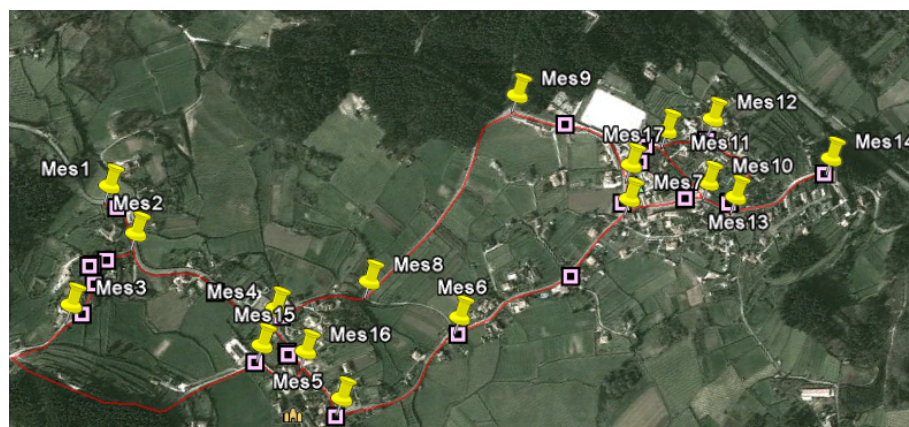


Figura 6.31: Freguesia de Messegães

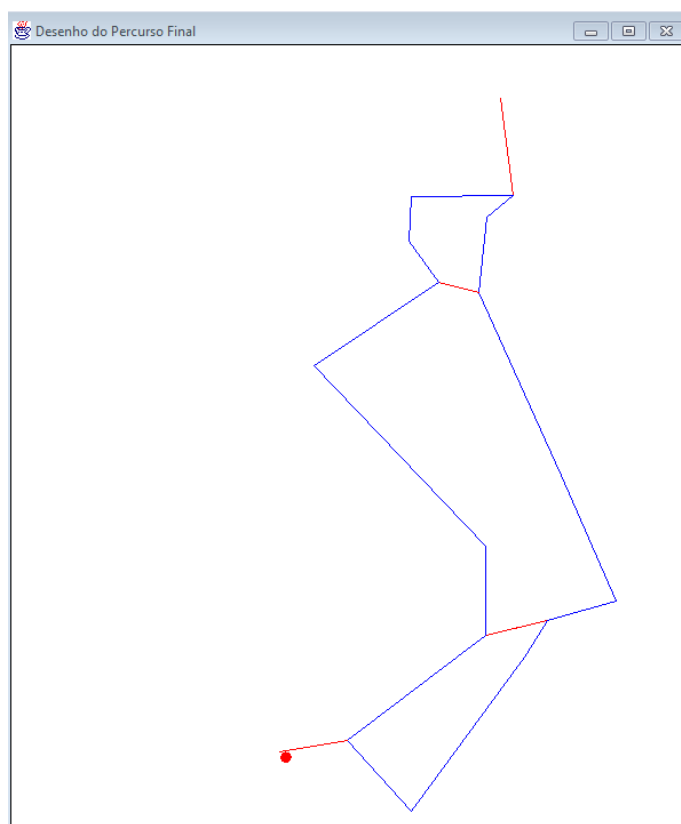


Figura 6.32: Solução do AM para Messegães

O resultado obtido para a freguesia de Messegães é o que consta da Figura 6.32. Também aqui a cor magenta nas arestas indica dupla passagem, contrariamente às arestas azuis que, na solução, são de passagem única.

Da aplicação do AM a este aglomerado populacional resulta como solução um valor de 533 segundos. Tal como no caso de Abedim este tempo corresponde à passagem pelas ruas, sem recolha. A freguesia apresenta um tempo estimado unicamente para recolha de contentores de 1455 segundos. Substituindo a freguesia de Messegães por uma só aresta obrigatória, o custo associado medido pelo tempo despendido pelo veículo colector seria de cerca de 33.13 minutos ($533+1455$ segundos). Messegães, para além de apresentar, maioritariamente, os habituais con-

tentores em polietileno de 800 litros, apresenta contentores de menores dimensões e ainda zonas de recolha *porta-a-porta* (“saco”).

Capítulo 7

Conclusões e Trabalho Futuro

“Se andarmos apenas por caminhos já traçados, chegaremos apenas aonde os outros chegaram.”

Alexander Graham Bell (1847-1922)

A tese de doutoramento teve por base uma situação real, muito actual, relacionada com a recolha de Resíduos Sólidos Urbanos. A necessidade de percursos de recolha mais eficientes e eficazes acaba por nos afectar a todos nós, quer por efeitos económicos quer, sobretudo, pelas consequências ambientais. Obviamente trata-se de menos custos para as empresas encarregadas pela recolha mas também de menos emissões de CO_2 , menos poluições sonora e visual, menos “engarrafamentos”, em suma, melhor ambiente. O desafio lançado para este trabalho foi grande, mas pertinente, pelas razões expostas e também por motivos de ordem científica.

Relativamente ao estado da arte, conseguiu-se juntar e organizar os diferentes conceitos associados aos temas, Sectores e Rotas com recurso a mapas e figuras inovadores. A apresentação e integração destes dois temas resultou e consideramos como sendo uma contribuição relevante na área.

Foi possível concluir o levantamento e organização clara do caso real de recolha de RSU numa região de Portugal. Apresentava algumas particularidades que foram respeitadas aquando da sua abordagem. Entre as quais:

- Existência de ruas de sentido único;
- Nem todas as ruas com contentores para serem recolhidos;
- Nem todos os contentores podem ser recolhidos pelos diferentes veículos (por exemplo, os *moloks* obrigam a existência de grua para serem recolhidos);
- Os veículos colectores têm diferentes características (diferentes capacidades, diferentes tempos despendidos no esvaziamento, existência ou não de grua,...)
- A garagem não é ponto de deposição (os veículos deverão começar e acabar os seus percursos na garagem, vazios);

- Os pontos de deposição poderão ser do tipo *aterro* ou do tipo *estação de transferência* (as estações de transferência funcionam como pontos de deposição temporária de resíduos);
- A estação de transferência apresenta limites ao número de deposições diárias;
- E ainda, diferentes regiões do concelho exigem diferentes periodicidades de recolha (a recolha poderá ser diária ou não).

No que diz respeito aos Sectores, foram desenvolvidas heurísticas, corolário de uma abordagem original inspirada em leis electromagnéticas que, de forma muito intuitiva, vão anexando unidades básicas, no caso estudado as freguesias, em sectores. Os resultados obtidos quando, no cálculo da atracção, iteração após iteração, se valorizaram as distâncias em detrimento das cargas revelaram-se muito interessantes à face das três medidas de qualidade definidas e consideradas: equilíbrio, compacidade e contiguidade.

A junção dos pontos de deposição como pontos fixos, com poder atractivo proporcional às suas capacidades de recepção, permitiu uma melhoria significativa na obtenção de sectores especialmente ao nível da contiguidade mas também da compacidade.

Estas heurísticas revelaram-se muito adequadas especialmente a dois níveis. Em primeiro lugar resolveram de forma bastante eficiente a questão da periodicidade, isto é, a partição do espaço já tem em consideração o facto de existirem zonas onde a recolha é diária e outras onde tal não acontece. A segunda situação, e não menos importante, refere-se ao facto de ser possível introduzir alguma informação que possa existir ou por observação da geografia do terreno ou por experiências passadas sobre o local. Experiência e conhecimento das pessoas que trabalham no meio pode ser vista como uma mais valia para os modelos e nem sempre lhes é dada a merecida consideração.

No que às Rotas diz respeito foram desenvolvidas três formulações (programação linear inteira mista), baseadas no modelo apresentado em Gouveia et al. [2010] onde é considerada uma frota homogénea de veículos e onde os veículos partem e regressam a um único ponto que funciona simultaneamente de aterro e garagem. Na primeira formulação apresentada considerou-se uma frota heterogénea, contrariamente ao considerado naquele trabalho. O facto da frota ser heterogénea não se reflecte apenas nos veículos colectores apresentarem maior ou menor capacidade, ou apresentarem maior ou menor custo na execução das tarefas. Há um conjunto de situações mais complexas que podem estar envolvidas como o impedimento de alguns veículos recolherem alguns contentores. Na segunda formulação, embora com apenas um veículo, a garagem passou a ter uma localização diferente da dos pontos de deposição e ainda os pontos de deposição, tratando-se de aterros ou estações de transferência, passaram a ter limitações relativamente ao número de visitas dos veículos colectores. A terceira formulação acaba por ser um pouco a junção das duas primeiras. Garagem e pontos de deposição têm diferentes localizações, os pontos de deposição podem apresentar limitações na recepção dos resíduos e a frota é heterogénea. Uma frota heterogénea implica a existência de veículos com diferentes capacidades ou custos ou tempos médios de despejo em aterro. Neste último modelo, tal como no primeiro, foi tida em atenção a questão de nem todos os veículos poderem recolher todos os contentores.

A Figura 7.1 expõe uma visão integrada das duas fases desenvolvidas.

Numa primeira fase, onde perante um problema MCARP-LML de frota heterogénea, com pontos de periodicidade distinta e possível conhecimento empírico da região e do problema, é aplicada Sectorização. Esta sectorização permite, de imediato, a resolução da questão importante das diferentes periodicidades de recolha. Os sectores assim obtidos são avaliados ao nível dos equilíbrios das suas cargas mas também tendo

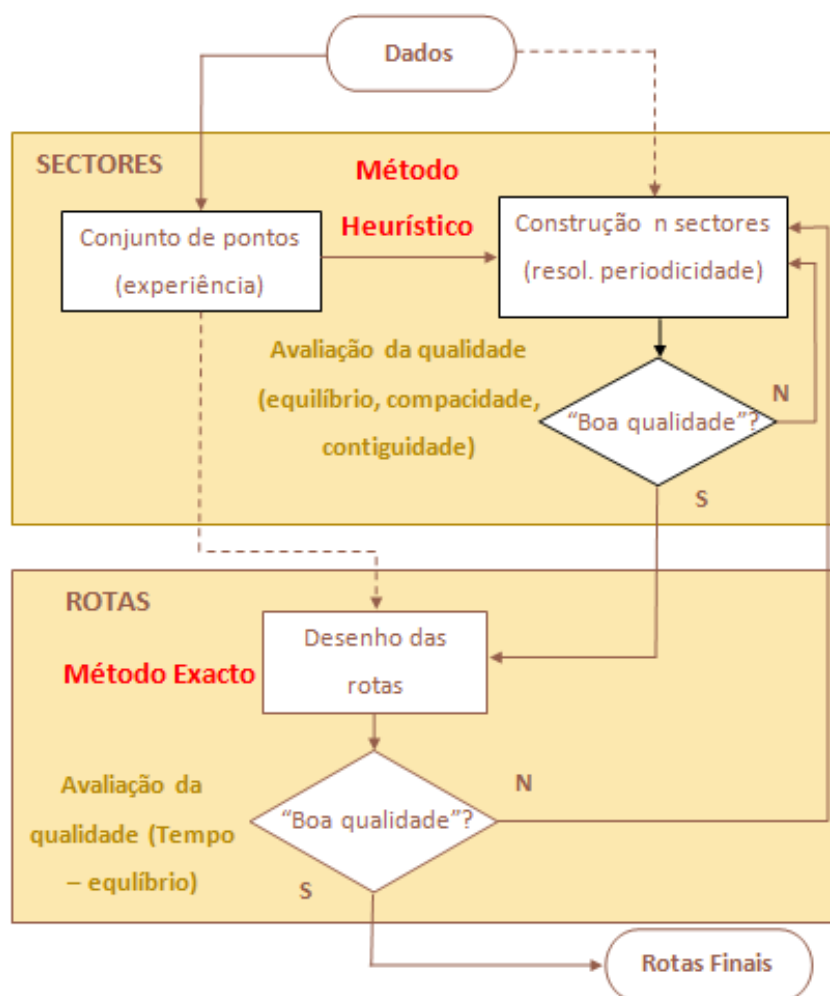


Figura 7.1: Abordagem integrada de Sectores e Rotas

em atenção características muito importantes como a contiguidade e a compacidade.

As rotas são construídas dentro de cada sector separadamente. Os resultados foram obtidos com recurso ao CPLEX 12.5. Rotas desequilibradas, em termos dos tempos de recolha obtidos, poderão dar origem a nova sectorização e à repetição de todo o processo.

Apenas por curiosidade: verificou-se que, de uma maneira geral, a nova divisão administrativa do concelho em causa que teve lugar no ano

de 2013, vai ao encontro das divisões aplicadas aquando da criação dos sectores.

Concluída a tese ficam algumas sugestões de Trabalho Futuro. Efektivamente, lidar com uma situação real de recolha de RSU e propor e testar diferentes métodos de resolução para problemas concretos e complicados que lhe estão associados, facilmente apontarão para alternativas ou novas apostas de investigação. Mesmo assim realçam-se aqui algumas propostas. A nova abordagem à sectorização não se esgota nos RSU. Seria interessante o uso da metáfora “electromagnética” no estudo da formação de sectores em contextos completamente diferentes. A analogia entre cargas pontuais e elementos, entre atracções/repulsas e junção desses elementos, que resulta de forma simples e, sem especial esforço de adaptação, pode ser aplicada a outras áreas.

Outras duas situações com interesse dentro da mate-heurística resultante da integração de Algoritmos Meméticos (AMs) no método exacto apresentado seriam: - estender o AM à situação de grafo misto e não apenas não dirigido como aqui é descrito e

- aplicar o AM ao caso de um Problema de Carteiro Rural Aberto em que, em vez de um circuito euleriano é construído um caminho euleriano dando a liberdade de o percurso, dentro de uma freguesia não ter a obrigatoriedade de começar e acabar no mesmo ponto.

Para finalizar, esta tese pretende ser mais do que uma meta, talvez, e por que não o mais importante, um ponto de partida para diferentes e semelhantes caminhos...

Referências

- D. Ahr e G. Reinelt. A tabu search algorithm for the min max k -chinese postman problem. *Computers & Operations Research*, 33:3403–3422, 2006.
- M. Alonso e E. J. Finn. *Física um curso universitário*, volume Volume II - Campos e Ondas. Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- C. Alsina. Plantas do metro e redes neuronais - a teoria de grafos. In *O Mundo é Matemático*. RBA Coleccionables, S. A., 2011.
- A. Amaya, A. Langevin e M. Trépanier. The capacitated arc routing problem with refill points. *Les Cahiers du GERAD*, G-2004-100, 2004.
- A. Amaya, A. Langevin e M. Trépanier. The capacitated arc routing problem with refill points. *Operations Research Letters*, 35:45–53, 2007.
- A. Amberg, W. Domschke e Voß. Multiple center capacitated arc routing problems: A tabu search algorithm using capacitated trees. *European Journal of Operational Research*, 124:360–376, 2000.
- U. F. Aminu e R. W. Eglese. A constraint programming approach to the chinese postman problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 33:3423–3431, 2006.
- J. Araújo, E. Fernández e C. Zoltan. Privatized rural postman problems. *Computers & Operations Research*, 33:3432–3449, 2006.

- J. Aráoz, E. Fernández e O. Meza. Solving the prize-collecting rural postman problem. *European Journal of Operational Research*, 196:886–896, 2009.
- M. P. Armstrong, P. Lolonis e R. Honey. A spatial decision support system for school redistricting. *URISA Journal*, 5:40–52, 1993.
- A. A. Assad e B. L. Golden. Arc routing methods and applications. In C. M. M.O. Ball, T.L. Magnanti e G. Nemhauser, editors, *Network Routing*, volume 8 of *Handbooks in Operations Research and Management Science*, pages 375 – 483. Elsevier, 1995.
- F. Bação, V. Lobo e M. Painho. Applying genetic algorithms to zone design. *Soft Computing*, 9:341–348, 2005.
- A. Basu e R. W. Blanning. Metagraphs. *Omega, International Journal Manegement Science*, 23(1):13–25, 1995.
- A. Basu e R. W. Blanning. Workflow analysis using attributed meta-graphs. In *Proceedings of the 34th Hawaii International Conference on System Sciences*, 2001.
- A. Basu e R. W. Blanning. *Metagraphs and Their Applications*. Integrated Series in Information Systems. Springer, 2006.
- J. Bautista, E. Fernández e J. Pereira. Solving an urban waste collection problem using ants heuristics. *Computers & Operations Research*, 35: 3020–3033, 2008.
- J. M. Belenguer e E. Benavent. The capacitated arc routing problem: Valid inequalities and facets. *Computational Optimization and Applications*, 10:165–187, 1998.
- J. M. Belenguer e E. Benavent. A cutting plane algorithm for the capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 30:705–728, 2003.

- J.-M. Belenguer, E. Benavent, P. Lacomme e C. Prins. Lower and upper bounds for the mixed capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 33:3363–3383, 2006.
- E. Benavent e D. Soler. The directed rural postman problem with turn penalties. *Transportation Science*, 33(4):408–418, 1999.
- E. Benavent, A. Carrota, A. Corberán, J. M. Sanchis e D. Vigo. Lower bounds and heuristics for the windy rural postman problem. Technical Report TR-03, D.E.I.O., Universitat de València (Spain) D.E.I.S., University of Bologna (Italy), D.M.A., Universidad Politécnica de Valencia (Spain), March 2003.
- E. Benavent, A. Corberán, E. Pinana, I. Plana e J. M. Sanchis. New heuristic algorithms for the windy rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 32:3111–3128, 2005.
- E. Benavent, A. Carrota, A. Corberán, J. M. Sanchis e D. Vigo. Lower bounds and heuristics for the windy rural postman problem. *European Journal of Operational Research*, 176:855–869, 2007.
- E. Benzarti, E. Sahin e Y. Dallery. Operations management applied to home care services: Analysis of the districting problem. *Decision Support Systems*, 33(2):587–598, 2013.
- P. K. Bergey, C. T. Ragsdale e M. Hoskote. A simulated annealing genetic algorithm for the electrical power districting problem. *Annals of Operations Research*, 121:33–55, 2003a.
- P. K. Bergey, C. T. Ragsdale e M. Hoskote. A decision support system for the electrical power districting problem. *Decision Support Systems*, 36:1–17, 2003b.
- Berge, C. Graphes et hypergraphes Dunon in Paris, 1970
- C. Berge. *Graphes et hypergraphes*. Dunon in Paris, 1970.

- P. Bertolazzi, L. Bianco e S. Ricciardelli. A method for determining the optimal districting in urban emergency services. *Computers & Operations Research*, 4(1):1 – 12, 1977.
- N. L. Biggs, E. K. Lloyd e R. J. Wilson. *Graph Theory 1736-1936*. Oxford University Press Inc., New York, 1998.
- C. Blum e A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308, September 2003.
- B. Bozkaya, E. Erkut e G. Laporte. A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. *European Journal of Operational Research*, 144:12–26, 2003.
- J. Brandão e R. Eglese. A deterministic tabu search algorithm for the capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 35:1112–1126, 2008.
- L. Buriol, P. M. França e P. Moscato. Recursive arc insertion: A new local search embedded in a memetic algorithm for the asymmetric traveling salesman problem. Technical report, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP- Campinas, Brasil, 1999.
- E. A. Cabral, M. Gendreau, G. Ghiani e G. Laporte. Solving the hierarchical chinese postman problem as a rural postman problem. *European Journal of Operational Research*, 155:44–55, 2004.
- V. Campos e J. V. Savall. A computational study of several heuristics for the drpp. *Computational Optimization and Applications*, 4:67–77, 1995.
- L. W. Carlson e B. Thorne. *Applied Statistical Methods for Business, Economics, and the Social Sciences*. 1997.

- F. Caro, T. Shirabe, M. Guignard e A. Weintraub. School redistricting: embedding gis tools with integer programming. *Journal of the Operational*, 55:836–849, 2004.
- C.-I. Chou e S. P. Li. Taming the gerrymander - statistical physics approach to political districting problem. *Physica A*, 369:799–808, 2006.
- C.-I. Chou e S.-P. Li. Spin systems and political districting problem. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 310:2889–2891, 2007.
- N. Christofides, V. Campos, A. Corberán e E. Mota. An algorithm for the rural postman problem. Technical Report IC.OR.81.5, Imperial College Report, March 1981.
- N. Christofides, E. Benavent, V. Campos, A. Corberán, and E. Mota. Optimal method for the mixed postman problem. In P. Thoft-Christensen, editor, *System Modelling and Optimization, Lecture Notes in Control and Information Sciences 59*. Springer, Berlin, 1984.
- N. Christofides, V. Campos, A. Corberán e E. Mota. An algorithm for the rural postman problem on a direct graph. *Mathematical Programming Study*, 26:155–166, 1986.
- F. Chu, N. Labadi, and C. Prins. Heuristics for the periodic capacitated arc routing problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 16:243–251, 2005.
- F. Chu, N. Labadi e C. Prins. A scatter search for the periodic capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, 169:586–605, 2006.
- C.-C. Chyu. A mixed-strategy heuristic for the mixed arc routing problem. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 18(3): 68–76, 2001.

- S. Coate e B. Knight. Socially optimal districting: a theoretical and empirical exploration. *The Quarterly Journal of Economics*, 122(4): 1409–1471, 2007.
- S. Cockings e D. Martin. Zone design for environment and health studies using pre-aggregated data. *Social Science & Medicine*, 60:2729–2742, 2005.
- A. Corberán e C. Prins. Recent Results on Arc Routing Problems: An Annotated Bibliography. *Networks*, 56:50–69, 2010.
- A. Corberán e J. M. Sanchis. A polyhedral approach for the rural postman problem. *European Journal of Operational Research*, 79:95–114, 1994.
- A. Corberán, R. Martí e A. Romero. Heuristics for the mixed rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 27:183–203, 2000.
- A. Corberán, R. Martí, and J. M. Sanchis. A grasp heuristic for the mixed chinese postman problem. *European Journal of Operational Research*, 142:70–80, 2002.
- A. Corberán, R. Martí, E. Martínez e D. Soler. The rural postman problem on mixed graphs with turn penalties. *Computers & Operations Research*, 29:887–903, 2002.
- A. Corberán, I. Plana e J. M. Sanchis. The windy general routing polyhedron: Global view of many known arc routing polyhedra. Technical Report Tr06-05, Universitat de València, Spain, 2005.
- A. Corberán, I. Plana e J. M. Sanchis. Zigzag inequalities: a new class of facet-inducing inequalities for arc routing problems. *Math. Program.*, Ser. A 108:79–96, 2006.

- S. J. D'Amico, S.-J. Wang, R. Batta e C. M. Rump. A simulated annealing approach to police district design. *Computers & Operations Research*, 29(6):667 – 684, 2002.
- M. Dror, H. Stern e P. Trudeau. Postman tour on a graph with precedence relation arcs. *Networks*, 17(3):283–294, 1984.
- M. Dror, H. Stern e P. Trudeau. Postman tour on a graph with precedence relation on arcs. *Networks*, 17(3):283–294, 1987.
- C. Easingwood. A heuristic approach to selecting sales regions and territories. *Operational Research Quarterly*, 24(4):527–534, 1973.
- J. Edmonds e E. L. Johnson. Matching, euler tours and the chinese postman. *Mathematical Programming*, 5:88–124, 1973.
- R. W. Eglese. Routing winter gritting vehicles. *Discrete Applied Mathematics*, 48:231–244, 1994.
- H. A. Eiselt, M. Gendreau e G. Laporte. Arc routing problems (PartI): The chinese postman problem. *Operations Research*, 43(2):231–242, March-April 1995a.
- H. A. Eiselt, M. Gendreau e G. Laporte. Arc routing problems (PartII): The rural postman problem. *Operations Research*, 43(3):399–414, May-June 1995b.
- L. Euler. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis (the solution of a problem relating to the geometry of position). *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 8:128–140, 1736.
- J. A. Ferland e G. Guénette. Decision support system for the school districting problem. *Operations Research*, 38(1):15–21, 1990.
- E. Fernández, O. Meza, R. Garfinkel e M. Ortega. On the undirected rural postman problem: Tight bounds based on a new formulation. *Operations Research*, 51(2):281–291, 2003.

- J. S. Ferreira. Multimethodology in metaheuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 64:873–883, 2013.
- G. Fleury, P. Lacomme e C. Prins. Evolutionary algorithms for stochastic arc routing problems. In *Lecture Notes in Computer Science*, 2004. Only first page.
- L. A. Fonseca. D. João II. In R. Carneiro, editor, *Reis de Portugal*, volume 13. Círculo de Leitores, 2005.
- G. N. Frederickson. Approximation algorithms for some postman problems. *Journal of the ACM*, 26(3):538–554, 1979.
- G. N. Frederickson, M. S. Hecht e C. E. Kim. Approximation algorithms for some routing problems. *SIAM J Comput.*, 7:178–193, 1978.
- G. Gallo, G. Longo, S. Pallottino e S. Nguyen. Directed hypergraphs and applications. *Discrete Applied Mathematics*, 42(2.3):177–201, 1993.
- R. S. Garfinkel e G. L. Nemhauser. Optimal political districting by implicit enumeration techniques. *Management Science*, 16(8):495–508, 1970.
- R. S. Garfinkel e I. R. Webb. On crossings, the crossing problem postman problem, and the rural postman problem. *Networks*, 34:173–180, 1999.
- N. Geroliminis, K. Kepaptsoglou e M. G. Karlaftis. A hybrid hypercube - genetic algorithm approach for deploying many emergency response mobile units in an urban network. *European Journal of Operational Research*, 210:287–300, 2011.
- G. Ghiani e G. Improta. An algorithm for the hierarchical chinese postman problem. *Operational Research Letters*, 26:27–32, 2000.
- G. Ghiani e G. Laporte. Eulerian location problems. *Networks*, 34:291–302, 1999.

- G. Ghiani e G. Laporte. Branch-and-cut algorithm for the undirect rural postman problem. *Mathematical Programming*, 87(3):467–481, 2000.
- G. Ghiani, G. Improta e G. Laporte. The capacitated arc routing problem with intermediate facilities. *Networks*, 37(3):134–143, 2001.
- G. Ghiani, R. Musmanno, G. Paletta e C. Triki. A heuristic for the periodic rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 32:219–228, 2005.
- B. Golden e R. Wong. Capacitated arc routing problem. *Networks*, 11: 305–315, 1981.
- B. Golden, J. Dearmon e E. Baker. Computational experiments with algorithms for a class of routing problems. *Computers & Operations Research*, 10(1):47–59, 1983.
- R. González-Ramírez, N. R. Smith, R. G. Askin, P. A. Miranda e Sánchez. A hybrid metaheuristic approach to optimize the districting design of a parcel company. *Journal of Applied Research and Technology*, 9:19–35, 2011.
- C. N. Goulimis. Appeal to np-completeness considerer harmful: Does the fact that a problem is np-complete tell us anything? *Interfaces*, 37(6):584–586, 2007.
- L. Gouveia, M. C. Mourão e L. S. Pinto. Lower bounds for the mixed capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 37:692–699, 2010.
- P. Greistorfer. A tabu scatter search metaheuristic for the arc routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 44:249–266, 2003.

- P. Grilli di Cortona, C. Manzi, A. Pennisi, F. Ricca e B. Simeone. *Evaluation and optimization of electoral systems*. SIAMmonographs on discrete mathematics and applications, 1999.
- M. Grötschel e Z. Win. A cutting plane algorithm for the windy postman problem. *Mathematical Programming*, 55:339–358, 1992.
- G. W. Groves, J. L. Roux e J. H. V. Vuuren. On a routing and scheduling problem concerning multiple edge traversals in graphs. *Networks*, 46(2):69–81, 2005.
- D. Halliday e R. Resnick. *Física*. John Wiley & Sons, 4th edition edition, 1983.
- S. Hanafi, A. Freville e P. Vaca. Municipal solid waste collection: An effective data structure for solving the sectorization problem with local search methods. *INFOR*, 37(3):236–254, 1999.
- D. Haugland, S. C. Ho e G. Laporte. Designing delivery districts for the vehicle routing problem with stochastic demands. *European Journal of Operational Research*, 180:997–1010, 2007.
- A. Hertz, G. Laporte e P. N. Hugo. Improvement procedures for the undirect rural postman problem. *INFORMS Journal on Computing*, 11(1):53–62, 1999.
- S. Hess, J. Weaver, H. Siegfeldt, J. Whelan e P. Zitlau. Nonpartisan political redistricting by computer. *Operations Research*, 13(6):998, 1965.
- S. W. Hess e S. A. Samuels. Experiences with a sales districting model: Criteria and implementation. *Management Science*, 18(4):41–54, 1971.
- J. Hoeft e U. S. Palekar. Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem. *IIE Transactions*, 29:719–731, 1997.

A. P. Iannoni, R. Morabito e C. Saydam. An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segments on highways. *European Journal of Operational Research*, 195:528–542, 2009.

IBM, 2012. www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimization-studio/.

S. Irnich. A note on postman problems with zigzag service. *INFOR*, 43(1):33–39, February 2005.

S. Irnich. Undirected postman problems with zigzagging option: A cutting-plane approach. *Computers & Operations Research*, 35:3998–4009, 2008.

J. Kalcsics, S. Nickel e M. Schröder. Towards a unified territorial design approach - applications, algorithms and gis integration. *Top*, 13(1):1 – 56, 2005.

A. F. Kip. *Fundamentals of electricity and magnetism - second Edition*. McGraw-Hill, Inc., 1969.

A. Labelle, A. Langevin e J. Campbell. Sector design for snow removal and disposal in urban areas. *Socio-Economic Planning Sciences*, 36: 183–202, 2002.

P. Lacomme, C. Prins e W. Ramdane-Chérif. A genetic algorithm for the capacitated arc routing problem and its extensions. In E. J. W. e. a. Boers, editor, *Applications of Evolutionary Computing, Lecture Notes in Computer Science*, volume 2037, pages 473–483. Springer Berlin / Heidelberg, 2001.

P. Lacomme, C. Prins e W. Ramdane-Chérif. Evolutionary algorithms for multiperiod arc routing problems. In *9th International Confe-*

rence on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, 2002.

P. Lacomme, C. Prins e M. Sevaux. Multiobjective capacitated arc routing problem. In *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 2632/2003. Springer Berlin / Heidelberg, 2003.

P. Lacomme, C. Prins e W. Ramdane-Chérif. Competitive memetic algorithms for arc routing problems. *Annals of Operations Research*, 131:159–185, 2004.

P. Lacomme, C. Prins e W. Ramdane-Chérif. Evolutionary algorithms for periodic arc routing problems. *European Journal of Operational Research*, 165:535–553, 2005.

P. Lacomme, C. Prins e M. Sevaux. A genetic algorithm for a bi-objective capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 33:3473–3493, 2006.

D. Laganà, G. Laporte, F. Mari, R. Musmanno e O. Pisacane. An ant colony optimization metaheuristic for the undirected rural postman problem. *Les Cahiers du GERAD*, G-2007-106, 2007.

G. Laporte. Modeling and solving several classes of arc routing problems as traveling salesman problems. *Computers & Operations Research*, 24:1057–1061, 1997.

A. N. Letchford e A. Oukil. Exploiting sparsity in pricing routines for the capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research*, 36(7):2320–2327, 2009.

L. Levy e L. Bodin. The arc oriented location routing problem. *INFOR*, 27(1):74–94, 1989.

T. Liu, Z. Jiang, F. Chen, R. Liu e S. Liu. Combined location-arc routing problems: A survey and suggestions for future research. In

IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, 2008. IEEE/SOLI 2008., volume 2, pages 2336–2341, Oct. 2008.

L. M. Lodish. Sales territory alignment to maximize profit. *Journal of Marketing Research*, XII:30–36, 1975.

H. Longo, M. P. Aragão e E. Uchoa. Solving capacitated arc routing problems a transformation to the cvrp. *Computers & Operations Research*, 33:1823–1837, 2006.

B. J. Lunday, H. D. Sherali e K. E. Lunday. The coastal seaspace patrol sector design and allocation problem. *Computational Management Science*, 9:483–514, 2012.

J. W. Male e J. C. Liebman. Districting and routing for solid waste collection. *Journal of the Environmental Engineering Division*, 104(1): 1–14, 1978.

V. Maniezzo, T. Stutzle e S. Vob. Matheuristics: Hybridizing metaheuristics and mathematical programming. In V. Maniezzo, T. Stutzle, and S. Vob, editors, *Annals of Information Systems*, volume 10. Springer, 2010.

V. Marianov e F. Fresard. A procedure for the strategic planning of locations, capacities and districting of jails: application to chile. *Journal of the Operational Research Society*, 56:244–251, 2005.

A. Mehrotra, E. L. Johnson e G. L. Nemhauser. An optimization based heuristic for political districting. *Management Science*, 44(8):1100–1114, 1998.

Y. Mei, K. Tang e X. Yao. A global repair operator for capacitated arc routing problem. *IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics - Part B: Cybernetics*, 39:723–734, 2009.

- K. Mei-Ko. Graphic programming using odd or even points. *Chinese Mathematics*, 1:273–277, 1962.
- R. Minciardi, P. Puliafito e R. Zoppoli. A districting procedure for social organizations. *European Journal of Operational Research*, 8(1): 47 – 57, 1981.
- E. Minieka. The chinese postman problem for mixed networks. *Management Science*, 25(7):643–648, July 1979.
- L. M. Moreira, J. F. Oliveira, A. M. Gomes e J. Soeiro Ferreira. Heuristics for a dynamic rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 34(11):3281–3294, 2007.
- P. Moscato. On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts. towards memetic algorithms. Technical Report C3P Report 826, Caltech Concurrent Computation Program, 1989.
- M. C. Mourão, A. C. Nunes e C. Prins. Heuristic methods for the sectoring arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, 196(3):856–868, Aug 2009.
- M. C. Mourão. *Optimização de Rotas na Recolha de Resíduos Urbanos - Modelos e Algoritmos*. PhD thesis, Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa, 1999.
- L. Muyldermans. *Routing, Districting and Location for Arc Traversal Problems*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2003.
- L. Muyldermans, D. Cattrysse, D. V. Oudheusden e T. Lotan. Districting for salt spreading operations. *European Journal of Operational Research*, 139(3):521–532, 2002a.
- L. Muyldermans, D. Cattrysse, D. Van Oudheusden e T. Lotan. Districting for salt spreading operations. *European Journal of Operational Research*, 139:521–532, 2002b.

Y. Nobert e J.-C. Picard. An optimal algorithm for the mixed chinese postman problem. *Networks*, 27:95–108, 1996.

M. Norman e P. Moscato. A competitive- cooperative approach to complex combinatorial search. Technical Report Report C3P-790, Caltech Concurrent Computational Program, 1989. Selected Work for the Proceedings of the 20th Joint Conference on Informatics and Operations Research (20th JAIIO) pp 3.15-3.29, Buenos Aires, Argentina (August, 1991).

A. C. Nunes. *Sectorização de Redes em Problemas com Procura nos Arcos e Limitações de Capacidade*. PhD thesis, Instituto Superior de Economia e Gestão - Universidade Técnica de Lisboa, 2009.

O. Ore. *Les Graphes et Leurs Applications*. Dunod, Éditeur, Paris, 1970.

C. S. Orloff. A fundamental problem in vehicle routing. *Networks*, 4: 35–64, 1974.

R. Pandit e B. Muralidharan. A capacitated general routing problem on mixed networks. *Computers & Operations Research*, 22(5):465–478, 1995.

C. H. Papadimitriou. On the complexity of edge traversing. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 23(3):544–554, 1976.

W. L. Pearn e J. B. Chou. Improved solutions for the chinese postman problem on mixed networks. *Computers & Operations Research*, 26: 819–827, 1999.

W. L. Pearn e C. M. Liu. Algorithms for the chinese postman problem on mixed networks. *Computers & Operations Research*, 22(5):479–489, 1995.

W. L. Pearn e T. C. Wu. Algorithms for the rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 22(8):818–828, 1995.

F. T. Pereira, J. R. Figueira, V. Mousseau e B. Roy. Comparing two territory partitions in districting problems: Indices and practical issues. *Socio-Economic Planning Sciences*, 43:72–88, 2009.

N. Perrier, A. Amaya e A. Langevin. Improving snow plowing operations using operations research: a case study. In *Proceedings of the International Conference on Information Systems, Logistics and Supply Chain, ILS2006*, 2006a.

N. Perrier, A. Langevin e A. Amaya. Vehicle routing for urban snow plowing operations. *Les Cahiers du GERAD*, G-2006-33, 2006b.

N. Perrier, A. Langevin e J. F. Campbell. A survey of models and algorithms for winter road maintenance. part i: system design for spreading and plowing. *Computers & Operations Research*, 33:209–238, 2006a.

N. Perrier, A. Langevin e J. F. Campbell. A survey of models and algorithms for winter road maintenance. part ii: system design for snow disposal. *Computers & Operations Research*, 33:239–262, 2006b.

N. Perrier, A. Langevin e J. F. Campbell. A survey of models and algorithms for winter road maintenance. part iii: Vehicle routing and depot location for spreading. *Computers & Operations Research*, 34: 211–257, 2007c.

N. Perrier, A. Langevin e J. F. Campbell. A survey of models and algorithms for winter road maintenance. part iv: Vehicle routing and fleet sizing for plowing and snow disposal. *Computers & Operations Research*, 34:258–294, 2007d.

N. Perrier, A. Langevin e C.-A. Amaya. Vehicle routing for urban snow plowing operations. *Transportation Science*, 42(1):44–56, February 2008a.

N. Perrier, A. Langevin e J. F. Campbell. The sector design and assignment problem for snow disposal operations. *European Journal of Operational Research*, 189:508–525, 2008b.

D. D. Pestana e S. F. Velosa. *Introdução à Probabilidade e à Estatística*, volume I. 2002.

F. Pezzella, R. Bonanno e B. Nicoletti. A system approach to the optimal health-care districting. *European Journal of Operational Research*, 8(2):139 – 146, 1981.

M. Pirlot. General local search methods. *European Journal of Operational Research*, 92:493–522, 1996.

C. Prins, C. Prodhon e R. W. Calvo. A memetic algorithm with population management (ma|pm) for the capacitated location-routing problem. In *Lecture Notes in Computer Science*, volume 3906. Springer Berlin/Heidelberg, 2006.

J. Puchinger e G. Raidl. Combining metaheuristics and exact algorithms in combinatorial optimization: A survey and classification. In J. Mira and J. Álvarez, editors, *Artificial Intelligence and Knowledge Engineering Applications: A Bioinspired Approach*, volume 3562 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 113–124. Springer Berlin / Heidelberg, 2005.

B. Raghavachari e J. Veerasamy. A $3/2$ - approximation algorithm for the mixed postman problem. *SIAM J. Discrete Math.*, 12(4):425–433, 1999.

- A. M. Rodrigues. Algoritmos meméticos no problema do carteiro rural. Master's thesis, Escola de Gestão do Porto - Universidade do Porto, 2005.
- A. M. Rodrigues e J. Ferreira. Cutting path as a rural postman problem: solutions by memetic algorithms. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 3(1):22–37, 2012.
- K. H. Rosen. *Discrete Mathematics and its Applications*. McGraw-Hill International Edition, New York, sixth edition, 2007.
- D. J. Rosenkrantz. Private communication, 1976.
- F. G. Salassa. *Matheuristics for Combinatorial Optimization Problems*. PhD thesis, Politecnico di Torino, 2011.
- M. A. Salazar-Aguilar, A. Langevin e G. Laporte. Synchronized arc routing for snow plowing operations. *Computers & Operations Research*, 39:1432–1440, 2012.
- O. Schoepfle e R. L. Church. A new network representation of a "classical" school districting problem. *Socio-Economic Planning Sciences*, 25(3):189 – 197, 1991.
- M. Segal e D. Weinberger. Turfing. *Operations Research*, 25(3):367–386, 1977.
- R. J. Shanker, R. E. Turner e A. A. Zoltners. Sales territory design: An integrated approach. *Management*, 22(3):309–320, 1975.
- M. Tagmouti, M. Gendreau e J.-Y. Potvin. Arc routing problems with time-dependent service costs. *European Journal of Operational Research*, 181:30–39, 2007.
- T. Takashi e S. Yukio. Evaluation of school family system using gis. *Geographical Review of Japan*, 76(10):743–758, 2003.

- E.-G. Talbi. *Hybrid Metaheuristics (Studies in Computational Intelligence)*. Springer, 2013.
- F. Tavares-Pereira, J. R. Figueira, V. Mousseau e B. Roy. Multiple criteria districting problems. the public transportation network pricing system of the paris region. *Annals of Operations Research*, 154:69–92, 2007.
- K. Thulasiraman e M. N. S. Swamy. *Graphs: Theory and Algorithms*. 1992.
- G. Ulusoy. The fleet size and mix problem for capacitated arc routing. *European Journal of Operational Research*, 22(3):329–337, 1995.
- S. A. Wiitala. *Discrete Mathematics. A Unified Approach*. McGraw-Hill Book Co., 1987.
- Z. Win. On the windy postman problem on eulerian graphs. *Mathematical Programming*, 44:97–112, 1989.
- S. Wöhlk. *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, chapter A Decade of Capacitated Arc Routing, pages 29–48. Springer Science+Business Media, 2008.
- L. A. Wolsey. *Integer Programming*. John Wiley & Sons, 1998.
- K. Yaoyuenyong, P. Charnsethikul e V. Chankong. A heuristic algorithm for the mixed chinese postman problem. *Optimization and Engineering*, 3:157–187, 2002.
- A. A. Zoltners e P. Sinha. Sales territory alignment: A review and model. *Management S*, 29(11):1237–1256, 1983.